

**«ԱՄԵՐԻԱԲԱՆԿ» ՓԲԸ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԱՅԻՆ
ԱՎԱՆՂԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՇՈՒՐՋ**

ՎԱՋԳԵՆ ՇԱԽՈՅԱՆ

Ժամանակակից միջազգային ֆինանսական շուկայի բարձր վոլատիլության պայմաններում շուկայի մասնակիցների վճարունակությունը պահովելու գործում վճարող դեր է խաղում շուկայական ռիսկից պաշտպանելու ադեկվատ մեխանիզմների կիրառումը: Հատկապես ՀՀ բանկերի կամ շուկայի այլ մասնակիցների համար այս խնդիրը առավել սուր է ծառայած, քանի որ մի կողմից տեղական շուկայի ցածր զարգացածության պայմաններում ներդրումային գործիքների ընտրությունը փոքր է և կարող է չբավարարել ներդրողի գործառույթներից բխող պահանջները, իսկ միջազգային շուկայի բարձր վոլատիլության պայմաններում բացված դիրքերը, երբ ադեկվատ հեջավորող մարտավարությունները բացակայում են, կարող են հանգեցնել հսկայական վնասների: Այս հոդվածում կկատարվի «Ամերիաբանկ» կողմից առաջարկվող՝ ՀՀ ֆինանսական շուկայի համար բավականին արտասովոր և մաթեմատիկական մոդելավորման տեսակետից շատ հետաքրքիր պրոդուկտի գնահատում՝ որպես քոլ/փոթ օպցիոն:

Պրոդուկտի անվանումն է՝ *Ժամկետային ավանդ կառուցվածքային*¹: Այն ներդրողին թույլ է տալիս, բացի ֆիքսված՝ երաշխավորված եկամտից ստանալու նաև հավելյալ եկամուտ՝ կախված ավանդի ժամանակահատվածի ընթացքում հիմքում ընկած ակտիվի գնի փոփոխությունից: Ներդրողը կարող է որոշել՝ ներդնել՝ ավանդ՝ կապելով այն ակտիվի գնի թե՛ աճի և թե՛ նվազման հետ: Այսինքն՝ եթե ներդրողը որոշում է ավանդը կապել ակտիվի աճի հետ, ապա նա, բացի երաշխավորված ֆիքսված եկամտից, կստանա նաև հավելյալ եկամուտ, իսկ եթե աճ տեղի չի ունեցել, ապա կստանա միայն ֆիքսված եկամուտը՝ չունենալով ոչ մի կորուստի ռիսկ: Նույն մեխանիզմը աշխատում է նվազման կառուցվածքային ավանդի համար, երբ ներդրողը որոշում է ավանդը կապել ակտիվի նվազմանը: Ներդրողի մասնակցության բաժին է համարվում նրա ստացած հավելյալ եկամտի և ավանդի գործողության ամբողջ ընթացքում ակտիվի գնի փոփոխման հաշվին ստացված եկամտի հարաբերությունը: Այսինքն՝ ներդրողի տոկոսային բաժինը ակտիվից ստացված եկամուտում: Բանկը թույլ է տալիս ամերիկյան դոլարով ավանդը կապել *ոսկու, նավթի և Դոու - Ջոնսի ինդեքսի* աճի կամ նվազման հետ՝ 3 ամիս, 6 ամիս և 12 ամիս ժամկետայնությամբ: Ավանդի նվազագույն չափ սահմանված է 40.000 ԱՄՆ դոլարը: Տարբեր ժամկետայնությունների համար երաշխավորված ֆիքսված եկամտաբերությունները բնականաբար տարբեր են: Ավանդը հնարավոր է

¹ Տե՛ս <http://www.ameribank.am/content.aspx?id=karucvatsqayin+avand&page=99&itm=retail+2.7.1&lang=28>

կապել նաև միջազգային շուկայում գնանշվող ցանկացած այլ իրացվելի ակտիվի հետ, եթե ներդրման չափը գերազանցում է 75.000 ԱՄՆ դոլարը:

Աղյուսակ 1

«Ամերիաբանկի» կառուցվածքային ավանդի պայմանները

Ակտիվ	Ոսկի/Նավթ/Դոու-Ջոնսի ինդեքս աճ/նվազում		
	3 ամիս	6 ամիս	12 ամիս
Տարեկան %			
1 %	K1	K2	K3
2 %	K4	K5	K6
3 %		K7	K8
4 %			K9
5 %			K10

որտեղ K-երը ներդրողի մասնակցության բաժինն են լրացուցիչ եկամտի մեջ:

Այս գործիքը կոչվում է ավանդ կամ դեպոզիտ, սակայն իր կառուցվածքով այն դասական փութ կամ քոլ օպցիոն է: Եթե ներդրողը որոշում է կապել իր ավանդը ակտիվի գնի աճի հետ, ապա կստանանք քոլ օպցիոն, իսկ եթե նվազման հետ, ապա՝ փութ:

Այս օպցիոնների արժեքը գնահատենք ստոխաստիկ ֆինանսական մաթեմատիկայում հայտնի մոդելներով՝ որպես բազիսային ակտիվ ընդունելով ոսկին: Դիտարկենք այն դեպքը, երբ ներդրողը որոշում է դեպոզիտը կապել ոսկու գնի աճի հետ և գնահատենք դրանից բխող տարբեր ժամկետայնությամբ պայմանագրերը: Բոլոր մոդելները կկիրառենք ոսկու միջազգային շուկայի գների 15.01.2008-15.01.2013 ժամանակային շարքերը մոտարկելու և կանխատեսելու նպատակով:

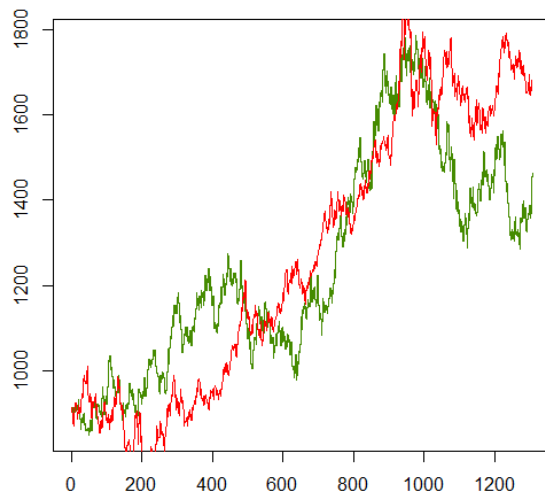
Երկրաչափական բրոունյան շարժում²

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t d\xi_t$$

$\xi_0 = 0$ սկզբնական պայմանով: S_t -ն արժեթղթի գինն է t պահին, μ -ն S_t -ի անընդհատ հաշվեգրվող սպասվելիք աճի դրույքն է, σ -ն S_t -ի ակնթարթային եկամտաբերության ստանդարտ շեղումն է, իսկ ξ_t -ն բրոունյան շարժումն է՝ $E(d\xi_t) = 0$ և $Var(d\xi_t) = dt$: Այս մոդելում σ -ն և μ -ն հաստատուն են՝ անկախ ժամանակից և արժեթղթի գնից: Բերված ստոխաստիկ դիֆերենցյալ հավասարման լուծումը հայտնի է, հետևաբար ակտիվի գինը հնարավոր է ստանալ առանց մոտարկման:

² Տե՛ս John C. Hull, Options, futures and other derivatives 7th edition, (2009), New Jersey, էջ 277-307:

Ոսկու գնի մոտարկումը երկրաչափական բրոունյան շարժմամբ
GMB Gold



Բերված գրաֆիկում տրված է 15.01.2008-15.01.2013 ոսկու գների դինամիկան և երկրաչափական բրոունյան շարժմամբ մոտարկումը:

Երկրաչափական բրոունյան շարժումը գեներացվել է $n=1250$ կետի համար $S_0=913$ սկզբնական արժեքով, որը համապատասխանում է ժամանակային շարքի սկզբնական արժեքին, $\mu = 0.1402$, $\sigma = 0.2159$, որոնք գնահատվել են ոսկու գների պատմական ժամանակային շարքից:

Մոտարկումը այս պարագայում բավականին հաջող է՝ միջին տոկոսային սխալը ամբողջ մոտարկման ժամանակահատվածի համար հավասար է 11.240%-ի: Իսկ միջին քառակուսային շեղումը՝ 1.9525%-ի:

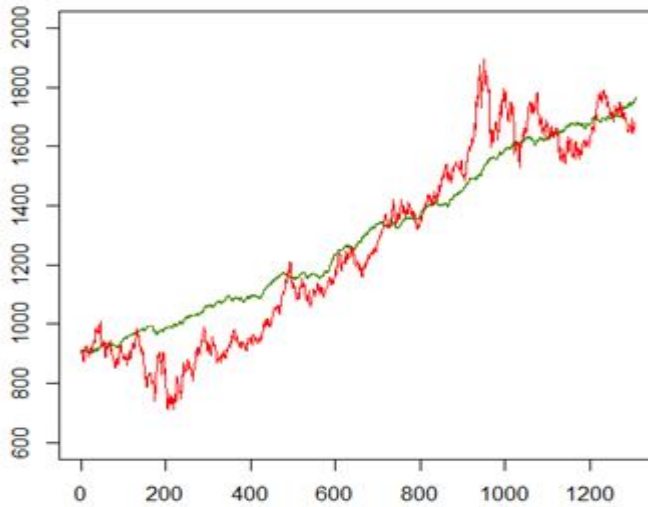
Չաստատուն էլաստիկությամբ վոլատիլության մոդել³

$$dS_t = \mu S_t dt + \beta S_t^{\beta/2} d\xi_t$$

Նախորդ մոդելից սա տարբերվում է β վոլատիլության ճշգրտման պարամետրով: Եթե ընդունենք, որ այն հավասար է զրոյի, ապա կստանանք նույն արդյունքը, ինչ ստացանք երկրաչափական բրոունյան շարժման դեպքում: Պարամետրերը գնահատվում են ստոխաստիկ դիֆերենցյալ հավասարումը դիսկրետացնելուց հետո (Էյլերի մեթոդով), ճշմարտանմանության մաքսիմումի եղանակով: Տրամաբանական է սպասել ավելի լավ արդյունք, քան ստացել էինք նախորդ մոդելով:

³ Տե՛ս Cox, J. Notes on Option Pricing I: Constant Elasticity of Diffusions. Unpublished draft, (1975), Stanford University.

Ոսկու գնի մոտարկում հաստատուն էլաստիկությամբ վոլատիլության մոդելով
CEV Gold



Հաստատուն էլաստիկությամբ վոլատիլության մոդելով ստացված մոտարկումը նույն ժամանակահատվածի համար միջին տոկոսային սխալի և միջին քառակուսային շեղման իմաստով տալիս է ավելի լավ արդյունք՝ MAE = 7.831% MSE = 1.14340%: Այս մոդելով ստացված գնահատականը, միջին հաշվով, շատ ավելի վստահելի է, քան երկրաչափական բրոունյան շարժմամբ ստացվածը, քանի որ օժտված է ճշգրտվող վոլատիլությամբ և միջինում չի տալիս դիտարկված արժեքներից շատ մեծ շեղումներ:

Չեսթրոնի և Նանդիի GARCH(1,1) մոդիֆիկացված մոդելը⁴

$$\ln S_t = \ln S_{t-\Delta t} + r + \lambda h_t + \sqrt{h_t} Z_t$$

$$h_t = \omega + \beta_1 h_{t-\Delta t} + \alpha_1 (Z_{t-\Delta t} - \gamma_1 \sqrt{h_{t-\Delta t}})^2$$

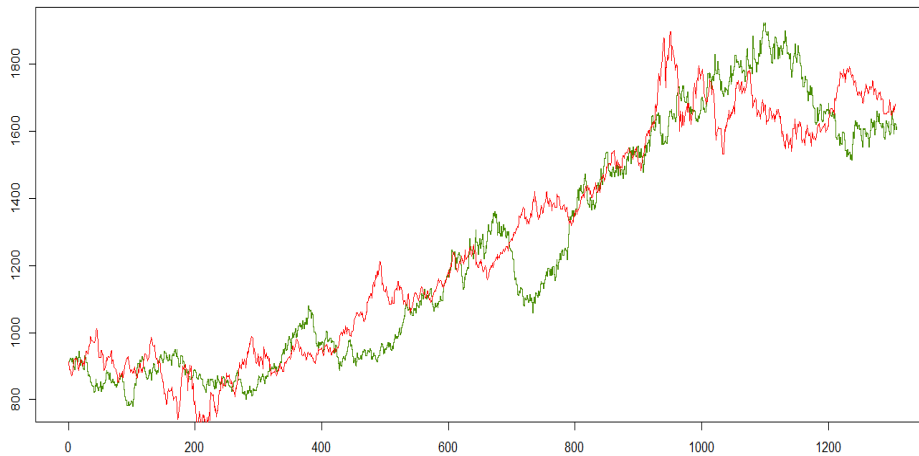
որտեղ r -ը անընդհատ հաշվեգրվող տոկոսադրույքն է Δt ժամանակային միջակայքի համար, $\lambda, \omega, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ հաստատուններ են, ընդ որում՝ տեղի ունի $\omega > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0$:

Z_t -ն ստանդարտ նորմալ աղմուկ է: h_t -ն $t - \Delta t$ -ից t ժամանակահատվածի լոգ եկամտաբերության պայմանական վարիացիան է՝ տրված $t - \Delta t$ պահի ինֆորմացիոն հոսքը: Պարամետրերը գնահատվում են ճշմարտանմանության մաքսիմումի եղանակով:

⁴ Տե՛ս Heston S. L. & Nandi S, A closed-form GARCH option valuation model. Review of Financial Studies Vol. 13, (2000), էջ 585 - 625. <http://bfi.cl/papers/Heston%20Nandi%202000%20-%20A%20closed-form%20Garch%20option%20valuation%20model.pdf>

Ոսկու գնի մոտարկում Զեսթոնի և Նանդիի
GARCH(1,1) մոդիֆիկացված մոդելով

GARCH(1,1) Gold



Այս գծապատկերում երևում է Զեսթոնի և Նանդիի GARCH (1,1) պրոցեսը, որը ոսկու տվյալ ժամանակային շարքի համար տալիս է դիտարկված երեք մոդելներից ամենահաջող արդյունքը՝ $E=7.1206631\%$ $MSE=0.80811\%$:

Հիշենք, որ եվրոպական քոլ օպցիոնը օպցիոն կրողին իրավունք է տալիս ժամանակի պայմանագրով որոշված պահին պայմանագրով նախօրոք ֆիքսված գնով (սթրայք) ձեռք բերել որոշակի քանակով բազիսային ակտիվ: Վճարումը օպցիոնի կիրառման օրը հավասար է $\max\{S_t - K, 0\}$, որտեղ S_t -ը բազիսային ակտիվի գինն է օպցիոնի կիրառման օրը, իսկ K -ն՝ պայմանագրով նախօրոք որոշված սթրայք գինը: Եթե ժամանակի t պահին բազիսային ակտիվի գինը գերազանցում է սթրայքը, ապա օպցիոն կրողը կստանա շուկայում այդ օրվա գնի և սթրայքի տարբերությունը, իսկ եթե շուկայում ակտիվի գինը ավելի էժան է սթրայքից, ապա օպցիոն կիրառելն անհմաստ է, քանի որ ակտիվը ավելի ցածր գնով պարզապես կարելի է գնել շուկայից⁵:

Ամերիաբանկի կառուցվածքային ավանդի դեպքում գործում է նույն սկզբունքը: Եթե որպես սթրայք ընդունենք դեպոզիտի երաշխավորված եկամտաբերության մասը, ապա հավելյալ եկամուտ ստանալու «իրավունքը» հավասար է տվյալ սթրայքով և նշված ժամկետայնությամբ օպցիոնի գնին: Հաշվենք այս օպցիոնի գինը կոնկրետ օրինակի համար:

Ենթադրենք, որ ներդրողը որոշել է կապել իր ավանդը ոսկու աճի հետ և ներդնել \$10.000: Ենթադրենք, որ նրա մասնակցության բաժինը բազիսային ակտիվում 50% է: Հաշվենք, թե ինչ արժե բանկի համար ներդրողին տարբեր ժամկետների համար եկամտի բաժանման այդպիսի սխեմա (profit sharing scheme) առաջարկելը: Քանի որ ներդրողի մասնակցությունը հավելյալ եկամտի բաժնում 50% է, ապա դիտարկվող օպցիոնների սթրայք գնե-

⁵ Տե՛ս Geske, R., The valuation of compound options. Journal of Financial Economics 7, (1979), 63-81. <http://bbs.cenet.org.cn/uploadImages/20035291315398755.pdf>

ըը հավասար կլինեն լրացուցիչ կապիտալի համար նախատեսված բաժնի և ընդհանուր ներդրման վրա հաշվեգրվելիք տոկոսների գումարին:

Օպցիոն	Լրացուցիչ կապիտալում ներդրվածի համար սթրայք	Մեկ օշ ոսկու համար սթրայք (K)
OPT3M1	5025\$	1688\$
OPT6M3	5150\$	1730\$
OPT1Y5	5500\$	1848\$

Գնահատենք այս օպցիոնները վերը թվարկված ակտիվների գների մոտարկման մոդելների հիման վրա կառուցված օպցիոնների գնահատման մոդելներով, որոնց համար պարամետրերը կստանանք ոսկու գների վերը նկարագրված զարգացման պրոցեսներից:

Ակտիվի այսօրվա գինը հավասար է 1680\$-ի:

Օպցիոն	Բլեկ-Շոուլզ GMB մոդել	Կոքսի և Ռոսս CEV մոդել	Չեսթոն-Նանդի GARCH(1,1) մոդել
OPT3M1-C	130.295\$	148.123\$	103.322\$
OPT6M3-C	165.086\$	177.021\$	123.214\$
OPT1Y5-C	195.140\$	202.203\$	155.214\$

Ամբողջ 5000 մասնակցության բաժնի համար այս իրավունքի տրամադրման գինը ստանալու համար հարկավոր է վերևի աղյուսակում բերված թվերը բազմապատկել 2.97619-ով:

Այս օրինակում մենք ստացանք եվրոպական քոլ օպցիոնի գները: Եթե ներդրողը որոշի իր դեպոզիտը կապել ակտիվի գնի անկման հետ, ապա այդ դեպքում քոլերի գներից հեշտությամբ կարելի է ստանալ փութերի գները՝ օգտագործելով քոլ-փութ համապատասխանությունը (call – put parity)⁶, որի բանաձևն է $P_T = S_T - K \cdot e^{-r\Delta t} - C_T$, որտեղ C_T – ն քոլ օպցիոնի գինն է, իսկ P_T – ն փութինը:

Այսպիսով, եթե ներդրողը որոշի նույն ներդրումը կատարել այն կապելով ոսկու գնի անկման հետ, ապա այդ դեպքում բանկի 1 օշ ոսկու համար այդ իրավունքը տրամադրելու գինը կլինի հավասար՝

Օպցիոն	Բլեկ-Շոուլզ GMB մոդել	Կոքսի և Ռոսս CEV մոդել	Չեսթոն-Նանդի GARCH(1,1) մոդել
OPT3M1-P	131.276\$	149.104\$	104.303\$
OPT6M3-P	193.595\$	205.530\$	151.723\$
OPT1Y5-P	273.011\$	280.530\$	233.085\$

Եթե ցանկանում ենք ստանալ մասնակցության ամբողջ բաժնի համար օպցիոնի գինը, ապա ստացված գները հարկավոր է բազմապատկել 2.97619-ով:

Բանկի համար օպցիոնների ստացված գները ցուցանիչ են, թե ինչքան գումար կպահանջվի՝ հեջավորելու խոստացված լրացուցիչ եկամտից բխող պարտավորությունը: Քանի որ բանկը ներդրողին խոստանում է ներդրման որոշակի երաշխավորված եկամտաբերությունից բացի լրա-

⁶ Տե՛ս **John C. Hull**, Options, futures and other derivatives 7th edition (2009), New Jersey, էջ 291 – 293:

ցուցիչ եկամուտ տրամադրել ընտրված ակտիվի գնի ցանկալի փոփոխությունից, այդ դեպքում բանկի համար, կախված ընտրված ակտիվի գների փոփոխման դինամիկայից, առաջանում է շուկայական ռիսկ: Բանկի առաջարկվող պրոդուկտից վնաս չկրելու և մինիմալ կամ առանց ռիսկի եկամուտ ստանալու համար անհրաժեշտ է ապագա պարտավորությունը հեջավորել: Պարտավորությունը չհեջավորելու դեպքում բանկը իր վրա է վերցնում ակտիվի գնի փոփոխության ռիսկը: Ներդրողի համար ցանկալի ուղղությամբ ակտիվի գնի փոփոխությունը վնաս է բանկին, քանի որ վերջինս ստիպված կլինի «իր գրպանից» վճարել ներդրողին խոստացված լրացուցիչ եկամուտը: Իհարկե, հնարավոր է այնպիսի սցենար, երբ բանկը ներգրաված միջոցները ներդնի նույն ժամկետայնությամբ ավելի մեծ եկամտաբերություն ապահովող գործիքում և ստացված ավելի մեծ եկամուտով ծածկի ներդրողի նկատմամբ ստանձնած պարտավորությունը, իսկ եթե ներդրողի կողմից ընտրված ակտիվի գինը փոխվի ներդրողի համար անցանկալի ուղղությամբ, ապա բանկը կվճարի միայն երաշխավորված եկամտաբերությունը և կստանա եկամուտ ներդրողի միջոցները այլ գործիքում ներդնելով:

ВАЗГЕН ШАХОЯН – Об оценке структурного депозита ЗАО «Америабанк». – В условиях высокой волатильности на международных финансовых рынках их участникам, чтобы обеспечить свою платежеспособность, следует применять адекватные механизмы защиты от рисков. В Армении эта проблема стоит особенно остро: с одной стороны, при слабо развитом местном рынке выбор инвестиционных продуктов невелик и может не удовлетворить инвестора; с другой стороны, участие в международных рынках с высокой волатильностью без адекватного хеджирования открытых позиций способно привести к большим потерям. В статье рассматривается необычный для финансового рынка Армении продукт, предлагаемый «Америабанком» и особенно интересный в смысле математического моделирования. Золото – базовый актив этого продукта; с помощью известных моделей в статье моделируется и прогнозируется цена на него для обозначенного промежутка времени.

VAZGEN SHAKHOYAN – On Pricing "Ameriabank" CJSC's Structured Deposit. – In modern highly volatile international financial markets a critical role in ensuring the solvency of a participant of those markets is employment of adequate mechanisms of protection from market risks. This problem is especially important for banks and participants of financial markets from Armenia, because on the one hand the local market is weakly developed and the securities traded on that market may not match the needs of investors and on the other hand participation in international markets without adequate hedging strategies on opened position can yield to significant losses. In this article an unusual product for Armenian market offered by Ameria Bank is discussed. The product is especially interesting in terms of mathematical modeling and is evaluated as a call/put option. Gold is taken as an underlying asset for the product and using models from financial stochastic calculus the price of the gold is modeled and predicted for the discussed period of time. Then deposits with different maturities and fixed income level are valued as a call/put option. The value of those options represents the required amount necessary for hedging the liability occurred from promising the investor extra income on the top to the fixed.