

ՀՀ ԳԱԱ ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Վիլյամ Հակոբի Հովնանյան

Համակարգչային ցանցերում ինֆորմացիայի տարածման օպտիմալ կառուցվածքների նախագծման մեթոդների և ալգորիթմների մշակում

Ե13.05 – «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան – 2018

INSTITUTE FOR INFORMATICS AND AUTOMATION PROBLEMS OF NAS RA

Vilyam Hovnanyan

The Development of the Methods and Algorithms for the Design of Optimal Schemes for Information Dissemination in Computer Networks

ABSTRACT

For obtaining a candidate degree in technical sciences in specialty 05.13.05 “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”

Yerevan – 2018

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝ Ֆիզ.մաթ.գիտ. թեկնածու Վ. Ս. Պողոսյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ Ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Լ.Հ.Ասլանյան
Ֆիզ.մաթ.գիտ.թեկնածու Ի.Ա.Կարապետյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի Ազգային Պոլիտեխնիկական Համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2018թ. հունիսի 19-ին, ժ. 12:00-ին ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում գործող 037 «Ինֆորմատիկա» մասնագիտական խորհրդի նիստում, հետևյալ հասցեով՝ Երևան, 0014, Պ. Սևակի 1:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ գրադարանում:
Սեղմագիրը առաքված է 2018թ. մայիսի 19-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար, Ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Հ. Գ. Սարգսյան

The subject of the dissertation has been approved in Institute for Informatics and Automation Problems of NAS RA

Scientific adviser: Dr. of Phys. and Math. Sci. V.S. Poghosyan

Official opponents: Dr. of Phys. and Math. Sci. L.H. Aslanyan
Dr. of Phys. and Math. Sci. I.A. Karapetyan

Leading organization: National Polytechnic University of Armenia

The defense will take place on 19th of June 2018, at 12:00 in the Institute for Informatics and Automation Problems of NAS RA, during the session of the specialized council 037 “Informatics” (1 P. Sevak str. 0014, Yerevan).

The thesis is available at the library of IIAP of NAS RA.
The abstract was sent on 19th of May 2018.

Scientific secretary of the specialized council
Dr. of Phys. and Math. Sci.

H. G. Sarukhanyan

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Թեմայի արդիականությունը

Վերջին տասնամյակում միջին ու մեծ չափերի հասնող ցանցային հաշվողական համակարգերի (կլաստերային համակարգեր, գրիդ) կիրառությունը լայն տարածում է ստացել գիտության, տնտեսության տարբեր ճյուղերի առջև դրված խնդիրների լուծման տեսանկյունից:

Արդի սերնդի տարաբնույթ հաշվողական ցանցերում, ինչպիսիք են, մասնավորապես՝ սենսորային, ad-hoc, ինչպես նաև բազմահամակարգչային կամ բազմապրոցեսորային ցանցերում համակարգի հանգույցների միջև ինֆորմացիայի օպտիմալ և/կամ վթարակայուն փոխանակման ու տարածման ապահովումը կարևորագույն նշանակություն ունի: Ի տարբերություն հայտնի դասական հեռախոսային ցանցերի, այսպիսի ցանցերի հիմնական նպատակը ոչ միայն համակարգի տարբեր բաղադրիչների միջև արդյունավետ հաղորդակցության ապահովումն է, այլ նաև հաշվողական և ինֆորմացիայի տարածման ալգորիթմների իրականացման համար դրանց համապատասխանության ապահովման խնդիր է առաջանում: Օրինակ, սենսորային ցանցերի էֆեկտիվության և ֆունկցիոնալության ապահովման համար անհրաժեշտություն է առաջանում իրադարձությունների հայտնաբերման և արձանագրման ապակենտրոն օպտիմալ ալգորիթմների մշակման՝ հաշվի առնելով սենսորի դիտարկումները: Մեկ այլ օրինակ են հանդիսանում անօդաչու թռչող սարքերը, որոնք կարիք ունեն ապակենտրոն օպտիմալ վթարակայուն հաղորդակցության ալգորիթմների, որպեսզի կորդինացնեն իրենց գործողությունները: Որպես կանոն, նման ցանցերը գործում են այնպիսի միջավայրում, որտեղ կան հաշվողական, հաղորդակցային կամ էներգետիկ ռեսուրսային որոշակի սահմանափակումներ, ինչպես նաև ցանցի տոպոլոգիան ինքնին ենթակա է փոփոխության՝ ժամանակից կախված: Հաշվի առնելով նման ցանցերի յուրահատկությունները, մասնավորապես նաև բավականին մեծ չափերը ու դրանց առջև դրված խնդիրները, կարևորություն է ձեռք բերում այդպիսի ցանցերում գործող ալգորիթմների պարզ, տարաբաշխված, կայուն՝ ցանցի դինամիկայի նկատմամբ, որևէ միակ խափանման կետից զուրկ և ապակենտրոն բնույթը ապահովելը:

Վերոնշյալ պահանջները հիմք հանդիսացան այսպես կոչված “gossip” ալգորիթմների մշակման համար. սխեմաներ, որոնցում հաշվողական հզորությունը տարաբաշխված է համակարգի տարբեր հանգույցների միջև, և որոնցից յուրաքանչյուրն ունի միայն տեղայնացված պատկերացում համակարգի մասին, ուստի հաղորդակցվում է միայն հանգույցների որոշակի ենթաբազմության հետ: Նման հաղորդակցային սխեմաները, որպես կանոն, օժտված են վթարակայունությամբ և ինֆորմացիայի օպտիմալ տարածման հատկություններով:

Բացի այդ, “gossip” արձանագրություններն օգտագործվում են բաշխված տվյալների հենքերի կայունության (consistency) ապահովման, դինամիկ հարափոփոխ ցանցերի հանգույցների քանակի որոշման, ցանցում ինֆորմացիայի անխափան տարածման

ապահովման, բաշխված համակարգերում որոշ ագրեգացիոն հաշվարկների կատարման, գլխավոր հանգուցների ընտրության, և այլ նպատակներով:

Այս համատեքստում մեծ կարևորություն է ներկայացնում ինֆորմացիայի տարածման/փոխանակման ստոխաստիկ և քվադր-ստոխաստիկ պրոցեսների մոդելների հետազոտությունը:

Մյուս կողմից, ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակման ցանցերի հիմնական բնութագրիչների օպտիմալ արժեքների վերաբերյալ հստակ պատկերացում ստանալու համար անհրաժեշտ է իրականացնել վերոնշյալ ցանցերում ինֆորմացիայի փոխանակման դետերմինացված պրոցեսների հետազոտություն: Այսպիսի ցանցերի հիմնական բնութագրիչներից են՝ ցանցում լրիվ ինֆորմացիայի փոխանակման համար անհրաժեշտ ժամանակը, կանչերի թիվը, կապուղիների թիվը, և այլն: Այս բնութագրիչների հետազոտությունը, ինչպես նաև ինֆորմացիայի տարածման համապատասխան ալգորիթմների մշակումը կնպաստեն նաև ստոխաստիկ պրոցեսներով նկարագրվող մոդելների հետազոտմանը:

Չնայած “gossip” խնդիրներին վերաբերող գիտական աշխատությունների մեծ թվին, այնուամենայնիվ, գոյություն ունի բաց խնդիրների դաս: Մասնավորապես, մինչ այժմ տրված չեն վթարակայուն “gossip” խնդիրներում մեծ կարևորություն ներկայացնող կանչերի մինիմալ քանակի և կանչերի մինիմալ ժամանակի վերաբերյալ հստակ գնահատականներ, ինչպես նաև բաց է մնացել NOHO տեսակի “gossip” սխեմաների համապատասխան բնութագրիչների հստակ գնահատականների ստացման խնդիր:

Հաշվի առնելով վերոնշյալ հանգամանքները, արդիական է դառնում ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակման/տարածման օպտիմալ ալգորիթմների կամ սխեմաների մշակումը, որոնց հիմնական նպատակը կլինի այդ պրոցեսի իրականացումը նվազագույն հնարավոր կանչերի թվի, նվազագույն հնարավոր ժամանակի կամ նվազագույն հնարավոր կապուղիների թվի պարագայում:

Ատենայության նպատակը

Հետազոտել և մշակել ինֆորմացիայի տարածման օպտիմալ կառուցվածքների նախագծման մեթոդներ և ալգորիթմներ:

Նշված նպատակին հասնելու համար առաջադրվել և լուծվել են հետևյալ խնդիրները.

- մշակել մեթոդ, որի միջոցով հնարավոր կլինի ստանալ նոր տոպոլոգիաներ “gossip” պրոցեսի համար, որոնք իզոմորֆ չեն լինի հայտնի մոդելներին, սակայն համարժեք կլինեն “gossip” սխեմաների 2 կարևորագույն հատկությունների առումով, ինչպիսիք են կանչերի և տակտերի թիվը
- կառուցել հայտնի հաղորդակցային մոդելների տարբեր, ոչ իզոմորֆ մոդիֆիկացիաներ, որոնք կպահպանեն gossip սխեմաների կարևորագույն բնութագրիչների սկզբնական արժեքները և, միևնույն ժամանակ, կհանդիսանան ավելի նպատակահարմար կիրառման համար՝ կախված առաջադրված կառուցվածքային պայմաններից

- մշակել առաջադրված վթարակայունության մակարդակին բավարարող gossip սխեմաներ, որոնք նվազագույն հայտնի կանչերի թվի և հաղորդակցության տակտերի քանակի պարագայում հնարավորություն կտան կատարել ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակում համակարգի հանգույցների միջև
- մշակել ծրագրային փաթեթ, որը թույլ է տալիս մոդելավորել ցանկացած “gossip” սխեմա և ստանալ նոր տոպոլոգիաներ, որոնք կլինեն օպտիմալ՝ առաջադրված պահանջների ապահովման տեսանկյունից, ինչպես նաև էքսպերիմենտալ ձևով հաստատել դրանց լրիվ “gossip” սխեմաներ հանդիսանալը և պարզել դրանց վթարակայունության մակարդակը

Գիտական նորույթ և արդյունքները

- ստացվել է մինիմում gossip սխեմաների կառուցման նոր եղանակ՝ ցանցի գագաթների որոշակի քանակի համար
- տրվել է նոր ապացույց gossip սխեմաների նվազագույն անհրաժեշտ զանգերի թվի վերաբերյալ՝ օգտագործելով «լոկալ տեղափոխության» գործողությունը
- մշակվել են NOHO տեսակի gossip սխեմաներ, որոնցում հնարավոր է ապահովել ինֆորմացիայի տարածում մինիմալ հնարավոր ժամանակում
- մշակվել են նոր վթարակայուն gossip տոպոլոգիաներ Wheel տեսակի գրաֆների հիման վրա
- ապացուցվել է Knodel-ի գրաֆի վրա կառուցված սխեմաների, որպես gossip տոպոլոգիա մնալու հատկությունը՝ նույնիսկ դրանց կողերի կշիռների ցիկլիկ տեղափոխության պարագայում
- առաջադրվել և փորձարարական եղանակով հաստատվել են հիպոթեզներ, առաջինը՝ վթարակայուն gossip սխեմաներում կանչերի նվազագույն հնարավոր քանակի վերին գնահատականի վերաբերյալ, որը բարելավում է մինչ այս հայտնի արդյունքները՝ համակարգի կամայական զույգ, ոչ 2-ի աստիճան հանգույցների քանակի դեպքում, իսկ երկրորդը՝ վթարակայուն gossip սխեմաների նվազագույն հնարավոր տակտերի քանակի վերաբերյալ

Ստացված արդյունքների կիրառական նշանակությունը

Աշխատանքում ստացված արդյունքները՝ մասնավորապես նվազագույն gossip սխեմաները կիրառելի են որպես հենքային ցանցային տոպոլոգիա մեծ չափերի հասնող համակարգերում՝ համակարգի բաղադրիչների միջև օպտիմալ ձևով ապակենտրոն հաղորդակցությունը կազմակերպելու համար: Այս տեսանկյունից կարևոր նշանակություն ունեն նաև առաջարկվող վթարակայուն gossip սխեմաները, որոնց կիրառելիությունը կարող է դիտարկվել ոչ կայուն միջավայրում գործող բազմաբաղադրիչ ապակենտրոն համակարգերում:

Նախագծված Graph Plotter համակարգն ունի կիրառական նշանակություն վերոնշյալ ցանցերի մոդելավորման համար: Այն թույլ է տալիս նախագծել այդպիսի ցանցեր (փոքր

քանակով գազաթների դեպքում), կատարել կառուցվածքային փոփոխություններ դրանց տարբեր հատվածներում, ստուգել վթարակայունության մակարդակը և այլն:

Աշխատանքի արդյունքների ներդրումները

Աշխատանքում ստացված նվազագույն gossip սխեմաները (mgg – minimum gossip graph) ներդրվել է “Effortis” ընկերության նոր նախագծում, որը իրենից ներկայացնում է մուլտիագենտ ապակենտրոն համակարգ՝ նախատեսված P2P ցանցում տվյալների բաշխված պահպանման և սպասարկման համար: Այն իրականացվել է Apache Gossip բաց ծրագրային կոդով գրադարանի հիման վրա, որպես հանգույցների միջև տոպոլոգիա ընտրելով մեր կողմից առաջարկված MGG սխեմաները: Արդյունքը հնարավորություն է տալիս կատարել համակարգի ներքին վիճակի սինխրոնիզացիա՝ նվազագույն հնարավոր հեռակա ծրագրային կանչների (remote procedure call) և օպտինալ ժամանակի պարագայում:

Պաշտպանության ներկայացվող հիմնական դրույթները

1. Նվազագույն gossip գրաֆների կառուցման նոր եղանակ՝ ցանցի գազաթների որոշակի քանակի դեպքում:
2. NOHO տեսակի gossip սխեմաներ, որոնցում հնարավոր է ապահովել ինֆորմացիայի տարածում նվազագույն հնարավոր ժամանակում:
3. Նոր վթարակայուն gossip տոպոլոգիաներ՝ Wheel տեսակի գրաֆների հիման վրա, որոնք ունեն օպտիմալին մոտ կանչների թիվ՝ ցածր վթարակայունության մակարդակների դեպքում, ինչպես նաև օպտիմալ կանչների թվով և օպտիմալ ժամանակում լրիվ gossip իրականացնող նոր վթարակայուն տոպոլոգիաներ՝ Knodel տեսակի գրաֆների հիման վրա:
4. Ծրագրային փաթեթ, որը թույլ է տալիս մոդելավորել ցանկացած gossip սխեմա և ստանալ նոր տոպոլոգիաներ, որոնք կլինեն օպտիմալ՝ առաջադրված պահանջների ապահովման տեսանկյունից, ինչպես նաև փորձարարական ձևով հիմնավորել դրանց լրիվ gossip սխեմաներ հանդիսանալը, պարզել դրանց վթարակայունության մակարդակը:

Աշխատանքի արդյունքների զեկուցումները

- Միջազգային գիտաժողով՝ “Computer Science and Information Technology” (CSIT-2013), Երևան, Հայաստան, 2013 թ. (2 զեկույց)
- Միջազգային գիտաժողով՝ “Computer Science and Information Technology” (CSIT-2015), Երևան, Հայաստան, 2015 թ.
- Միջազգային գիտաժողով՝ “Computer Science and Information Technology” (CSIT-2017), Երևան, Հայաստան, 2017 թ.

Հրապարակումները

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները հրապարակվել են 8 գիտական աշխատություններում, որոնք թվարկված են սեղմագրի վերջում:

Ատենախոսության կառուցվածքը և ծավալը

Ատենախոսությունն իր մեջ ներառում է ներածություն, երեք գլուխ, եզրակացություններ, գրականության ցանկ՝ իր 85 հղումներով: Ատենախոսության ընդհանուր ծավալը՝ 107 էջ:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածության մեջ հիմնավորվել է ատենախոսության թեմայի արդիականությունը, նկարագրվել են դրա կիրառման օրինակները, ներկայացվել է հետազոտության նպատակն ու խնդիրները, գիտական նորույթը, պաշտպանությանը ներկայացվող հիմնական դրույթները և հետազոտության տեսական ու գործնական նշանակությունը:

Ատենախոսության **առաջին գլխում** կատարված է գոյություն ունեցող հայտնի gossip մոդելների և ստացված արդյունքների ընդհանուր հետազոտություն: Այս գլխում կատարված վերլուծությունը, հատկապես հայտնի արդյունքների համեմատական վերլուծությունը gossip և վթարակայուն (fault-tolerant) gossip խնդիրների ասպարեզում, ցույց է տալիս նշված խնդիրների բազմազանությունը, դրանց գիտական և տեսական նշանակությունը: Բացի այդ, այս գլխում ներկայացված են նաև որոշակի մեծ կարևորություն ներկայացնող բաց խնդիրներ, որոնցից որոշներին և անդրադարձել ենք սույն աշխատության սահմաններում: Մասնավորապես, West¹-ը խնդիր է դրել գտնել NOHO (No One Hears Own) gossip սխեմաներում տակտերի մինիմում հնարավոր քանակը, կամ ցույց տալ թե ինչ ազդեցություն ունի NOHO սահմանափակումը ընդհանուր դեպքում հայտնի $T = \lceil \log_2 n \rceil$ արժեքի վրա: Մյուս կողմից, մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում վթարակայուն gossip սխեմաներում զանգերի նվազագույն հնարավոր քանակի և տակտերի նվազագույն հնարավոր քանակի արժեքների վերաբերյալ հետազոտությունները: Այս խնդիրը ևս առաջադրվել է Douglas West¹-ի կողմից: Նկատենք, որ այս պարագայում մենք գործ ունենք մուլտիգրաֆների հետ, որտեղ կամայական տրված երկու զագաթների միջև կարող է լինել տարբեր կշիռներով բազմակի զանգեր (որոնք տեղի են ունենում ժամանակի տարբեր պահերին):

1.1 բաժնում բերված է gossip խնդրի պարզ ձևակերպումը (Ա. Բոյդ), հետևյալ կերպ. դիտարկենք n հոգուց կազմված բազմություն, որոնցից յուրաքանչյուրը սկզբնական պահին գիտի որոշակի ինֆորմացիա՝ անհայտ մնացածներին: Նրանք օգտագործում են հեռախոսային զանգերը, որպեսզի ցրեն իրենց ինֆորմացիան: Ամեն մի զանգի ընթացքում մասնակիցներից յուրաքանչյուրը (2 մասնակից) տեղեկացնում է մյուսին իր տիրապետած ողջ ինֆորմացիայի մասին: Խնդիրն է գտնել նվազագույն երկարությամբ զանգերի

¹ D. B. West, "Gossiping without duplicate transmissions", SIAM J. Alg. Disc. Meth., vol. 3, pp. 418-419, 1982

հաջորդականություն, որի պարագայում բոլորը կլինեն տեղեկացված սկզբնական ողջ ինֆորմացիայի մասին (լրիվ gossip):

Այս խնդիրը լուծվել է միանգամից մի քանի հեղինակների կողմից²³⁴ տարբեր եղանակներով, և ստացված լուծումն է $2n - 4$, որտեղ n -ը մարդկանց քանակն է: Հետաքրքիր է նկատել, որ վերոնշյալ խնդիրը կարելի է ներկայացնել կշռված գրաֆի տեսքով, որի գագաթները համապատասխանում են հաղորդակցվող անհատներին, իսկ կողերի կշիռները ցույց են տալիս ժամանակի այն պահը (տակտը), երբ հաղորդակցությունը տեղի է ունեցել համապատասխան անհատների միջև: Թեև գոյություն ունեցող բազմաթիվ տարբերակների, մեր կողմից դիտարկվող մոդելներում հաղորդակցությունը կամայական 2 գագաթների (անհատների) միջև տեղի է ունենում ակնթարթորեն՝ պահանջում է ժամանակի մեկ տակտ:

1.2 բաժինը ամբողջությամբ նվիրված է վթարակայուն gossip պրոցեսի ուսումնասիրմանը և հայտնի արդյունքների նկարագրմանը: Սա ենթադրում է որոշակի խափանումներ տեղի ունենալու հնարավորություն gossip պրոցեսի ընթացքում: Մասնավորապես, հնարավոր են ինչպես կոնկրետ զանգի կամ ամբողջ կապուղու, այնպես էլ որևէ հանգույցի խափանում (տես Pelc⁵ խափանումների ողջ դասի նկարագրության համար), սակայն տվյալ ատենախոսությունում հիմնականում դիտարկվում է միայն սահմանափակ (bounded), վթարային տեսակի (crash type), չադապտացվող, կապուղիների հիմնական խափանման դեպքը: Ուստի նպատակն է գտնել այնպիսի նվազագույն երկարությամբ զանգերի հաջորդականություն, որը կերաշխավորի լրիվ ինֆորմացիայի փոխանակում համակարգի հանգույցների միջև նույնիսկ եթե այդ պրոցեսում ամենաշատը k զանգ (կամայական) խափանվի: Նվազագույն երկարությամբ զանգերի հաջորդականությունը, որը բավարարում է նշված պայմաններին կախված է համակարգի հանգույցների թվից և պահանջվող վթարակայունության մակարդակից ու նշանակվում է $\tau(n, k)$: Այս խնդիրը մինչ այժմ բաց է և $\tau(n, k)$ -ի համար գոյություն ունի միայն վերին կամ ստորին գնահատականներ: Մասնավորապես, վերջին այդյունքներն են այստեղ. $\tau(n, k) \leq \frac{n}{2} \log_2 n + nk/2$, եթե n -ը 2-ի աստիճան է, $\tau(n, k) \leq 2n \lfloor \log_2 n \rfloor + n \lceil \frac{k-1}{2} \rceil$, հակառակ դեպքում:

² B.Baker and R.Shostak, "Gossips and telephones", Discrete Math., vol. 2, pp. 191-193, 1972

³ T. Tijdeman, "On a telephone problem", Nieuw Arch. Wisk., vol. 3, pp. 188 - 192, 1971

⁴ R.T.Bumby, "A problem with telephones", SIAM J. Alg. Disc. Math., vol. 2, pp. 13-18, 1981

⁵ A. Pelc, "Fault-tolerant broadcasting and gossiping in communication networks", Networks vol. 28, 1996

Սրա հետ մեկտեղ, կան նաև բազմաթիվ այլ արդյունքներ⁶⁷⁸, որոնք օպտիմալ են n -ի և k -ի կոնկրետ արժեքների դեպքում:

1.3 բաժնում դիտարկվում են առկա բաց gossip խնդիրների որոշակի ենթադաս, որը մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում մեր հետազոտություններում: Մասնավորապես, տվյալ հետազոտության շրջանակներում մեր կողմից հիմնականում դիտարկվել են հետևյալ 2 խնդիրները.

1. Չնայաց այդ ուղղությամբ տարված աշխատանքների, մինչ այժմ հայտնի չէ NOHO տեսակի gossip սխեմաներում, որտեղ ոչ մի մասնակից չի լսում իր իսկ ունեցած սկզբնական ինֆորմացիան որևէ այլ մասնակցից (No One Hears Own), նվազագույն հնարավոր զանգերի քանակի և նվազագույն պահանջվող ժամանակի արժեքները:
2. Ինչպես արդեն նշվեց լուծված չէ նաև նույն բնութագրիչների արժեքների գնահատման խնդիրը վթարակայուն gossip սխեմաներում (առկա են միայն վերին և ստորին գնահատականներ):

Բացի գրականության մեջ հայտնի այս բաց խնդիրներից, նշված բաժնում մեր կողմից առաջ են քաշվում որոշ խնդիրներ՝ սույն հետազոտությունում օգտագործվող «լուկալ տեղափոխության» գործողության կիրառությունների վերաբերյալ:

1.4 բաժնում ներկայացվում են որոշ ընդհանուր նշանակություն ունեցող սահմանումներ և նշանակումներ: Մասնավորապես, ստորև ներկայացված են դրանցից ամենակարևորները:

Ցանկացած gossip սխեմա կարելի է ներկայացնել չկողմնորոշված, համարակալված կողերով, n գագաթներով $G = (V, E)$ գրաֆի տեսքով ($|V| = |V(G)| = n$): G -ի գագաթները և կողերը համապատասխանում են gossip սխեմայի հանգույցներն ու այդ հանգույցների միջև տեղի ունեցող զանգերին: Այսպիսի գրաֆը կարող է ունենալ բազմակի կողեր, բայց ոչ ցիկլեր: G -ի կողերի համարակալումը դա $t_G: E(G) \rightarrow Z^+$ արտապատկերում է, որտեղ տվյալ $e \in E(G)$ կողի համար $t_G(e)$ կշիռը արտահայտում է ժամանակի այն պահը երբ համապատասխան զանգը տեղի է ունեցել:

Սահմանում. Դիտարկենք միևնույն գագաթների բազմությամբ երկու կշռված գրաֆներ՝ $G_1 = (V, E_1)$, $G_2 = (V, E_2)$: Այս գրաֆների կողային գումարային գրաֆ կանվանենք այնպիսի $G_1 + G_2 = G = (V, E)$ գրաֆը, որտեղ $E = E_1 \cup E_2$ որի $e \in E$ կողերը

⁶ R.W. Haddad, S. Roy and A. A. Schaffer, "On gossiping with faulty telephone lines", SIAM J. Alg. Disc. Meth., vol. 8, pp. 439-445, 1987

⁷ Z. Ho and M. Shigeno, "New bounds on the minimum number of calls in failure-tolerant Gossiping", Networks, vol. 53, pp. 35-38, 2009

⁸ T. Hasunuma and H. Nagamochi, "Improved bounds for minimum fault-tolerant gossip graphs", LNCS 6986, pp. 203-214, 2011

կշռված են հետևյալ կանոնի համաձայն. $t_G(e) = t_{G_1}(e)$, $e \in E_1$, $t_G(e) = t_{G_2}(e) + \max_{e' \in E_1} t_{G_1}(e')$, $e \in E_2$:

Սահմանում. $n \geq 2$ գազաթաներով (n -ը զրոյգ է) և $1 \leq \Delta \leq \lfloor \log_2 n \rfloor$ աստիճանով Knodel գրաֆը նշանակվում է $W_{\Delta, n}$: $W_{\Delta, n}$ -ի գազաթաները (i, j) զույգեր են , որտեղ $i = \{1, 2\}$ և $0 \leq j \leq n/2 - 1$: Ամեն մի j -ի և l -ի համար , $0 \leq j \leq n/2 - 1$ և $l = 1, \dots, \Delta$, գոյություն ունի l կշռով կող $(1, j)$ և $(2, j + 2^{l-1} - 1 \bmod n/2)$ գազաթաների միջև:

Սահմանում. Երկու՝ G և H նշավորված (կշռված) կողերով գրաֆները համարվում են իզոմորֆ, եթե գոյություն ունի այնպիսի փոխմիարժեք արտապատկերում այս երկու գրաֆների գազաթաների բազմությունների միջև՝ $f: V(G) \rightarrow V(H)$, որ կամայական երկու u և v գազաթաները հարևան են հանդիսանում G - ում այն և միայն այն դեպքում, երբ $f(u)$ և $f(v)$ գազաթաները հարևան են H -ում և $t_G(u, v) = t_H(f(u), f(v))$:

Գլուխ 2-ում ներկայացված է աշխատանքում ստացված հիմնական տեսական արդյունքները: Մասնավորապես, ներկայացվում է աշխատանքում լայն կիրառում ստացած՝ gossip գրաֆների ոչ իզոմորֆ համարժեքության դասեր գեներացնող «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի տարբեր կիրառության օրինակներ: Այդպիսի կիրառություններ են հանդիսանում նշված մեթոդի օգտագործումը նոր տոպոլոգիաների ստացման, gossip սխեմաներում մինիմում հնարավոր զանգերի թվի նորովի անալիտիկ ստացման, MGG (մինիմում gossip գրաֆ) - ների կառուցման, նվազագույն հնարավոր տակտերի քանակով NOHO սխեմաների կառուցման համար: Բացի այդ այս գլխում ներկայացվում է աշխատությունում կատարված հետազոտությունները վթարակայուն gossip խնդիրների ուղղությամբ:

2.1 բաժնում բերված է «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի սահմանումն: Նշանակենք տվյալ v գազաթին հարակից կողերի բազմությունը $E_v(G)$ -ով: Ենթադրենք տրված է e կողը և դրա երկու ծայրակետերից մեկը՝ v , մենք դիտարկում ենք $E_v(G)$ բազմության հետևյալ երկու ենթաբազմությունները. $\rho_v^+(e, G) = \{e' \in E_v(G) | t_G(e') > t_G(e)\}$, $\rho_v^-(e, G) = \{e' \in E_v(G) | t_G(e') < t_G(e)\}$: «Լոկալ տեղափոխության» մեթոդը կարող է արտահայվել երկու գործողություններով՝ «մեծերի տեղափոխություն» կամ «փոքրերի տեղափոխություն»:

Սահմանում. «Մեծերի տեղափոխություն» գործողությունը՝ $P^+(e)$, u և v գազաթաները միացնող տրված $e \in E(G)$ կողի վրա կոչվում է G -ի այնպիսի մոդիֆիկացիան, որի արդյունքում G -ում e -ին կից կողերը տեղափոխվում են հետևյալ կերպ (համապատասխանաբար սահմանվում է նաև «փոքրերի տեղափոխություն» գործողությունը՝ $P^-(e)$). $E_u(P^+(e)G) = \rho_u^-(e, G) \cup \rho_v^+(e, G)$, $E_v(P^+(e)G) = \rho_v^-(e, G) \cup \rho_u^+(e, G)$: P^+ և P^- օպերատորները կոչվում են «լոկալ տեղափոխության» օպերատորներ:

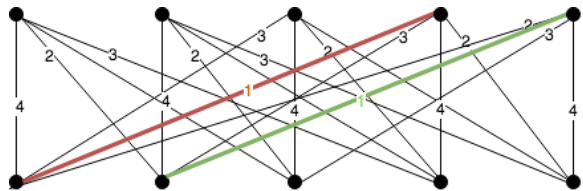
Լեմ. Լրիվ gossip գրաֆի վրա «լոկալ տեղափոխության» օպերատորների կիրառության արդյունքը նույնպես լրիվ gossip գրաֆ է՝ սկզբնականին համարժեք տակտերի և զանգերի թվով:

Սա հետևում է այն բանից, որ եթե երկու մասնակիցների միջև զանգը տեղի է ունեցել ժամանակի t_0 պահին, ապա սկսած այդ պահից նրանք երկուսն էլ ունեն նույն ինֆորմացիան և հանդիսանում են համարժեք այդ տեսանկյունից:

2.1.1 ենթաբաժնում նոր եղանակով է ապացուցվում լրիվ gossip գրաֆում նվազագույն անհրաժեշտ կողերի թվի գնահատականը՝ $2n - 4$: Այս արդյունքը արդեն մի քանի անգամ տարբեր եղանակներով ապացուցվել է, սակայն վերոնշյալ մեթոդի կիրառությունը թույլ տվեց ստանալ ապացույցի նոր մեթոդ: Այս նոր մեթոդը հիմնված է gossip սխեմայում ինֆորմացիայի հնարավոր կրկնման աստիճանի վրա և այս տեսանկյունից դիտարկում է gossip սխեմաների 3 դաս՝ համակարգում առկա են ցիկլեր, համակարգում բացակայում են ցիկլերը (NOHO), համակարգում բացակայում է ինֆորմացիայի որևէ կրկնություն (NODUP):

2.2 բաժնում դիտարկվում է վերոնշյալ «լոկալ տեղափոխության» մեթոդի կիրառությունը գրականության մեջ մինչ այժմ բաց խնդրի համարվող նվազագույն ժամանակում լրիվ gossip իրականացնող NOHO տեսակի գրաֆների ստացման նպատակով: Նշված օպերացիայի կիրառությունը Knodel տեսակի գրաֆների վրա հիմնված gossip գրաֆների վրա հանգեցնում է NOHO տեսակի տոպոլոգիաների ստեղծմանը՝ համակարգի գազաթների կամայական զույգ քանակի պարագայում:

Հայտնի փաստ է, որ 2 Knodel տեսակի գրաֆների ($\Delta_1 = \lfloor \log_2 n \rfloor, \Delta_2 = 1$) կողային գումարային գրաֆը հանդիսանում է gossip գրաֆ: Ինչպես արդեն սահմանվել է $A_l^- = \{P^-(e) | t_G(e) < l\}$ գործողություն է, որը տեղափոխում է բոլոր այն կողերը, որոնք ունեն l -ից ավելի փոքր կշիռ: Ուստի վերոնշյալ G գրաֆի վրա կիրառելով A_2^- օպերացիան բոլոր 1 կշռով կողերը կտեղափոխվեն և արդյունքում մենք կստանանք նոր գրաֆ:



Նկ.1. NOHO գրաֆ (ստացված Knodel գրաֆի մոդիֆիկացիայից):

Լեմ. Երկու Knodel-ի գրաֆների կողային գումարային գրաֆի վրա A_2^- օպերացիայի կիրառության արդյունքը հանդիսանում է NOHO gossip գրաֆ՝ նվազագույն հնարավոր տակտերի թվով՝ $T = \lceil \log_2 n \rceil$:

Բաժին 2.3-ում դիտարկվում է նվազագույն gossip գրաֆների (գրականության մեջ հայտնի որպես *mgg*՝ *minimum gossip graph*) կառուցման նոր մեթոդ՝ հիմնված հայտնի մոդելի վրա «լրկալ տեղափոխության» գործողության կիրառության վրա: Կառուցված գրաֆների յուրահատկությունը կայանում է նրանում, որ դրանք ունեն նվազագույն հնարավոր կողերի քանակ (*gossip* սխեմայում զանգերի քանակ)՝ $2n-4$, որտեղ n -ը գրաֆի գագաթների քանակն է և, միևնույն ժամանակ, այս գրաֆների տակտերի քանակը (լրիվ *gossip* իրականացնելու ժամանակ) նվազագույնն է այսպիսի զանգերի քանակի պարագայում (հավասար ստորին գնահատականին՝ $T \geq 2\lceil \log_2 n \rceil - 3$):

Դիտարկված կառուցման մեթոդում ստացված հիմքային գրաֆը ունի նվազագույն հնարավոր կողերի քանակ և մնացած գագաթները մասնակցում են *gossip* պրոցեսին կազմելով ծառեր, որոնց արմատը հանդիսանում է հիմքային գրաֆի գագաթներից որևէ մեկը: Կարևորագույն խնդիրը այստեղ հանդիսանում է նվազագույն հնարավոր տակտերի թվի ապահովումը՝ հիմքային գրաֆի տարբեր չափերի համար: Այս նպատակով կիրառվում է «լրկալ տեղափոխության» գործողությունը (A^+) NOHO տեսակի հայտնի⁹ մոդելի վրա ու արդյունքում ստացված գրաֆը մենք անվանում ենք «կանոնիկ» տեսքի:

Այս բաժնի վերջում ցույց է տրվում, որ առաջարկվող մեթոդով *gossip* գրաֆների կառուցման պարագայում ստացվող ժամանակը կամ տակտերի թիվը հավասար է լինում հայտնի ստորին գնահատականին՝ գագաթների քանակի որոշ սահմանափակ միջակայքերի համար ($\{[5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], \dots\}$):

Բաժին 2.4-ում դիտարկվում է նշավորված Knodel գրաֆների այնպիսի մոդիֆիկացիաներ, որոնք ստացվում են դրա կողերի կշիռների արժեքների ցիկլիկ տեղափոխության արդյունքում: Այս գլխում հիմնականում փորձ է արվում ապացուցել ստացված գրաֆի լրիվ *gossip* հատկությունները պահպանելու կամ չպահպանելու երևույթը՝ կախված գրաֆի գագաթների թվից:

Ենթաբաժին 2.4.1-ում դիտարկվում է միայն $n = 2^k - 2, k \geq 3$ տեսքի գագաթների քանակով գրաֆների դեպքը: Այս բաժնում բերվում է Knodel գրաֆների կողերի կշիռների (կամ նշիչների) ցիկլիկ տեղափոխության արդյունքում ստացվող գրաֆների ֆորմալ սահմանումը:

Սահմանում. $n \geq 2$ գագաթներով (n -ը զույգ է) և $1 \leq \Delta \leq \lceil \log_2 n \rceil$ աստիճանով կողային-տեղափոխության ենթարկված Knodel գրաֆը նշանակվում է $M_{\Delta, n}(p)$, որի գագաթները իրենցից ներկայացնում են $(i, j); i = 1, 2; 0 \leq j \leq n/2 - 1$ զույգերի բազմություն: Ամեն մի j -ի և $l = 1, \dots, \Delta$ -ի համար գոյություն ունի l կշռով կող $(1, j)$ և $(2, (j + 2^{p+l-1} - 1) \bmod n/2)$ գագաթների միջև, որտեղ p -ն ամբողջ թիվ է տրված գրաֆի համար՝ $p \in [0, \Delta - 1]$ միջակայքում:

⁹ V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V. S. Poghosyan, "Method of local interchange to investigate Gossip problems", Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 40, pp. 5-12, 2013

Այնուհետև դիտարկվում է $G' = M_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n} (\lfloor \log_2 n \rfloor - 1) + M_{1, n} (\lfloor \log_2 n \rfloor - 1)$ գրաֆը ու ցույց է տրվում նշված գրաֆի լրիվ gossip հանդիսանալը: Սա ցույց է տրվում հիմնվելով գրաֆի բոլոր գագաթներից դեպի (1, 0) գագաթը գնացող աճող ճանապարհների վրա: Քանի որ մենք այստեղ գործ ունենք սիմետրիկ գրաֆի հետ, նույնը կարելի է պնդել նաև մնացած բոլոր գագաթների համար: Ելնելով այս փաստից, հետևություն է կատարվում, որ $G = M_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n}(p) + M_{1, n}(p), 0 \leq p \leq \lfloor \log_2 n \rfloor - 1$ գրաֆը ևս հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ: Սա հետևում է այն փաստից, որ $M_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n} (\lfloor \log_2 n \rfloor - 1)$ գրաֆը փաստացի իզոմորֆ է $W_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n}$ Knodel գրաֆին, ինչպես նաև $M_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n}(p), 0 \leq p \leq \lfloor \log_2 n \rfloor - 1$ գրաֆները իզոմորֆ են մեկը մյուսին, երբ n -ը $2^k - 2$ տեսքի է:

Ենթաբաժին 2.4.2-ում դիտարկվում է $n = 2^k, k \geq 3$ դեպքը, որը էական տարբերություններ ունի նախորդի համեմատ: Նկատենք, որ այս դեպքում $W_{\log_2 n, n}$ գրաֆը ինքնին հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ և կարիք չկա ավելացնել $W_{1, n}$.

Թեորեմ. $M_{\log_2 n, n}(1)$ գրաֆը հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ:

Ապացույցը հիմնված է այն փաստի վրա, որ նշված գրաֆը կազմված է երկու $n/2$ գագաթանի Knodel գրաֆներից, որոնք իրար են միացված այս երկու կոմպոնենտների գագաթների բազմության միջև 1:1 արտապատկերում սահմանող $\log_2 n$ կշռով կողերով:

Թեորեմ. $M_{\log_2 n, n}(p), p \neq 1$ գրաֆը չի հանդիսանում լրիվ gossip գրաֆ:

Այս թեորեմի ապացույցը ևս հիմնված է «լուկա տեղափոխության» գործողության կիրառության վրա: Մասնավորապես ցույց է տրվում, որ այդ գործողության կիրառությամբ կարելի է ստանալ մի գրաֆ (համարժեք gossip հատկություններով $M_{\log_2 n, n}(p)$ -ին), որը ունի $\log_2 n$ տակտ և միևնույն ժամանակ բազմակի կողեր (նույն գագաթները զանգում են իրար 1-ից ավել անգամ): Սա ակնհայտորեն հակասում է այն պնդմանը, որ $\log_2 n$ ժամանակում լրիվ gossip իրականացնող գրաֆում ամեն տակտում մասնակից գագաթների ինֆորմացիան պետք է կրկնապատկվի:

Ենթաբաժին 2.4.3-ում դիտարկվում է ընդհանուր դեպքը, երբ գագաթների թիվը $n \neq 2^k$ և $n \neq 2^k - 2$: Այստեղ նախ սահմանվում է Knodel գրաֆի կամայական երկու գագաթների հեռավորության, Knodel գրաֆի բազայի հասկացությունները, ինչպես նաև տրվում է դրանց մեջ առկա աճող ճանապարհի ֆորմալ նկարագիրը:

Սահմանում. Knodel գրաֆի կամայական $u = (i_1, j_1)$ գագաթից հեռավորությունը դեպի $v = (i_2, j_2)$ գագաթ, որտեղ $(j_1 + 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}) \bmod n/2 \geq j_2$, կարելի է սահմանել հետևյալ կերպ. $D_{u, v} = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$:

Սահմանում. Որպես կողային-տեղափոխված Knodel գրաֆի բազա՝ $u = (i_1, j_1)$ գագաթի նկատմամբ (բազայի արմատ), հանդես է գալիս բոլոր այն v գագաթների բազմությունը, որոնց համար $0 \leq D_{v, u} \leq \lfloor \log_2 n \rfloor$:

Այնուհետև տրվում է կողային-տեղափոխված Knodel գրաֆի v գագաթի նկատմամբ բազային պատկանող գագաթների միջև առկա աճող ճանապարհի ֆորմալ ձևակերպումը.

Սահմանում. Նշանակենք $Path_{u,v}$ -ով այն գումարը, որը հավասար է $D_{u,v}$ -ին և ունի հետևյալ տեսքը. $Path_{u,v} = \sum_{l=0}^k s_l(2^{l+1} - 2^l)$, որտեղ $k = D_{u,v}$ և $s_l = 0$ կամ $s_l = 1$ ՝ կախված $D_{u,v}$ -ի երկուական ներկայացումից:

Ապա բերվում է նոր տրանսֆորմացիայի սահմանումը՝ $T(Path_{u,v}) = T(2^{k+1} - 2^k + 2^{k-1} \dots \pm 2^0)$, որի իմաստն է տրված երկու գազաթների միջև $W_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n} + W_{1, n}$ gossip գրաֆում առկա աճող ճանապարհի հիման վրա նոր աճող ճանապարհի ստացումն է կողային-տեղափոխված $M_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n}(p) + M_{1, n}(p)$ Knodel գրաֆների միավորմամբ կառուցված գրաֆում: Այնուհետև այս ենթաբաժնում սահմանվում և ապացուցվում են մի քանի լեմմաներ, որոնք հիմք են հանդիսանում հետևյալ թեորեմին.

Թեորեմ. $G = M_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n}(p) + M_{1, n}(p)$ գրաֆը հանդիսանում է լրիվ gossip գրաֆ, կամայական զույգ $n \neq 2^k$ և $p = 0, \dots, \lfloor \log_2 n \rfloor - 1$ -ի համար:

Բաժին 2.5-ում ներկայացվում է Wheel գրաֆների հիման վրա կառուցված վթարակայուն gossip գրաֆները: Այս տեսակի խնդիրներում մեր հետազոտությունների հիմքում ընկած է հայտնի թեորեմը ⁸:

Դիցուք G -ն n գազաթանի համարակալված գրաֆ է: Դիցուք $E(G)$ -ն կարող է բաժանվել l ենթաբազմությունների՝ $F^{(0)}, F^{(1)}, \dots, F^{(l-1)}$ այնպես, որ կամայական երկու կողերի համար՝ $e \in F^{(i)}$ և $e' \in F^{(j)}$, $t_G(e) < t_G(e')$ եթե $i < j$, և, բացի այդ, կամայական երկու u և v գազաթների համար գոյություն ունեն p կող-անկախ ճանապարհներ u -ից դեպի v այնպես, որ դրանց ընդհատման կետերի քանակի գումարը ամենաշատը q է, և r_i ճանապարհների վերջին կողերը գտնվում են $F^{(i)}$ -ում, $0 \leq i \leq l-1$: Այդ դեպքում, կողերի մինիմալ քանակությունը k -հոսալիությամբ gossip գրաֆներում ունի հետևյալ սահմանը $\tau(n, k) \leq \sum_{i=0}^{\omega} |F^{(i \bmod l)}|$, որտեղ ω -ն ամբողջ թիվ է, որը բավարարում է հետևյալ պայմանին $\sum_{i=0}^{\omega} r_{i \bmod l} \geq k + q + 1$:

Մասնավորապես, դիտարկենք $G = (V, E)$ անիվ տեսակի գրաֆը՝ գազաթների $n = 2p + 1$ կենտ թվով, որի գազաթները և կողերը համարակալված են հետևյալ կանոններով. կենտրոնական գազաթի համարը u է, մնացած $2p$ գազաթները (որոնք կազմում են շրջան) համարակալված են հաջորդական $v_1, v_1', v_2, v_2', \dots, v_p, v_p'$: Քանի որ պարբերական սահմանային պայմանն ստացվել է, մենք կնույնականացնենք $v_{i \pm p} = v_i$ և $v_{i \pm p}' = v_i'$, $i = 1, 2, \dots, p$ -ի համար: Կողերի բազմությունը բաղկացած է 3 ենթաբազմություններից՝ $E(G) = F^{(0)} \cup F^{(1)} \cup F^{(2)}$, որտեղ $F^{(0)} = \{(v_i, v_i') : t_G((v_i, v_i')) = 1, i = 1, 2, \dots, p\}$, $F^{(1a)} = \{(v_i', u) : t_G((v_i', u)) = 2, i = 1, 2, \dots, p\}$, $F^{(1b)} = \{(v_i, u) : t_G((v_i, u)) = 3, i = 1, 2, \dots, p\}$, $F^{(1)} = F^{(1a)} \cup F^{(1b)}$: Նախ G -ի գազաթներ բոլոր զույգերի համար կառուցվում է 3 կող-անկախ ընդհատվող (կամ կտրած) աճող ճանապարհներ առաջին գազաթից դեպի երկրորդը ընթացող: Պայմանկանորեն գազաթները բաժանվում են 3 ենթաբազմությունների՝ v_i, v_i' և u , տրվում են այդ գազաթների միջև առկա աճող ճանապարհները: Այնուհետև նշվածի հիման վրա հաշվվում են վերոնշյալ բազմությունների էլեմենտների քանակը՝ $|F^{(0)}| = (n-1)/2$, $|F^{(1)}| = n-1$, $|F^{(2)}| = (n-1)/2$, $p = 3$, $r_0 = r_1 = r_2 = 1$, $q = 3$, ինչից մենք ստանում ենք $\omega \geq$

$k + 3$ և հետևաբար $\tau(n, k) \leq 2nk/3 + O(n)$: Նույն բանը ցույց է տրվում նաև զույգ գազաթների թվի դեպքում՝ չնայած, որ այնտեղ կառուցուման մեթոդում կան որոշակի տարբերություններ:

Բաժին 2.6-ում ներկայացվող մոտեցումը ևս հանդիսանում է վթարակայուն gossip սխեմաների կառուցման նոր մեթոդ: Ներկայացված մեթոդով կառուցված գրաֆները հատկապես օպտիմալ են ցածր վթարակայունության մակարդակի պահանջի դեպքում: Մասնավորապես դիտարկվում են $k = 1$ և $k = 2$ հատուկ դեպքերը, որոնց համար այստեղ ներկայացվում են միայն համապատասխան գնահատականները՝ $\tau(n, 1) \leq 2n - 3 + \lfloor n/2 \rfloor$, $\tau(n, 2) \leq 3n - 3$:

Բաժին 2.7-ում դիտարկվում են վթարակայուն gossip սխեմաների կառուցման նոր եղանակ՝ հիմնված Knodel գրաֆների վրա, որը՝ չնայած միայն մասամբ է հիմնավորված մաթեմատիկորեն, հիմք է տալիս մեզ առաջ քաշել հիփոթեզներ՝ վթարակայուն gossip սխեմաների զանգերի նվազագույն քանակի վերին սահմանի գնահատականի վերաբերյալ, ինչպես նաև վթարակայուն gossip սխեմաների տակտերի նվազագույն քանակի վերաբերյալ: Այս հիփոթեզները հաստատվել են փորձարարական եղանակով՝ տարբեր (նույնիսկ բավական մեծ) գազաթների թվի պարագայում, ինչը, Knodel գրաֆների խիստ սիմետրիկ կառուցվածքի հետ մեկտեղ, կարևոր հիմքեր են ստեղծում վերոնշյալ հիփոթեզների համար: Կիրառելով վերոնշյալ թեորեմը $G = W_{\lfloor \log_2 n \rfloor, n}$ գրաֆի վրա, մենք ստանում ենք հետևյալ արժեքները. G -ի կողերի բազմությունը՝ $E(G)$, բաժանված է հետևյալ $l = \lfloor \log_2 n \rfloor$ ենթաբազմությունների՝ $E(G) = F^{(0)} \cup F^{(1)} \cup \dots \cup F^{(l-1)}$, որտեղ $F^{(i)} = \{e: e \in G; t_G(e) = i + 1\}$; $i = 0, 1, 2, \dots, \lfloor \log_2 n \rfloor - 1$: $F^{(i)}$ -ի կողերի թիվը կլինի $|F^{(i)}| = n/2$, բոլոր $i = 0, 1, 2, \dots, \lfloor \log_2 n \rfloor - 1$ համար: G -ի ցանկացած գազաթ ունի $\lfloor \log_2 n \rfloor$ հարակից կողեր, որոնցից յուրաքանչյուրը պատկանում է միայն ճիշտ մեկ $F^{(i)}$ բազմության: Ըստ մեր նկատառումների Knodel-ի գրաֆի կամայական երկու գազաթների միջև գոյություն ունի $p = \lfloor \log_2 n \rfloor$ կող-անկախ աճող (հաճախ ընդհատված) ճանապարհ: Կարելի է ցույց տալ, որ $q = \lfloor \log_2 n \rfloor$ և $r_i = 1$ բոլոր $i = 0, 1, 2, \dots, \lfloor \log_2 n \rfloor - 1$ համար, ω -ն ամբողջ թիվ է, որը բավարարում է $\omega \geq k + q$ պայմանին: Ուստի՝ $\tau(n, k) \leq n(\omega + 1)/2 = \frac{n}{2} \lfloor \log_2 n \rfloor + nk/2$, ինչը հանդիսանում է $\tau(n, k)$ -ի համար վերին գնահատական կամայական զույգ, ոչ 2-ի աստիճան n -ի դեպքում: Նկատենք, որ այս սխեմաները ապահովում են նաև նվազագույն հնարավոր տակտերի թիվը (լրիվ gossip-ի ժամանակը)՝ $T(n, k) = \lfloor \log_2 n \rfloor + k$:

Բաժին 2.8-ում ամփոփվում են այս գլխում նկարագրված մեթոդները և դրանց առանձնահատկությունները:

Գլուխ 3-ում բերվում է մեր կողմից նախագծված ծրագրային փաթեթի՝ Graph Plotter-ի ընդհանուր նկարագիրը, դրա տարբեր գործիքամիջոցների ու աշխատանքային ռեժիմների մանրամասն նկարագիրը և դրա իրականացման մանրամասները: Graph Plotter-ը իրականացվել է Wolfram Mathematica միջավայրում: Սակայն շատ

գործիքամիջոցներ իրականացվել են C++ լեզվով և ինտեգրվել հիմնական փաթեթում որպես ընդլայնումներ: Այս ծրագրային փաթեթը շատ կարևոր դեր է կատարել մեր հետազոտություններում՝ մասնավորապես առաջ քաշված հիփոթեզների փորձարարական հաստատման կամ ժխտման համար: Բացի այդ այն կարևոր նշանակություն ունի gossip սխեմաներով արտահայտվող ապակենտրոն ցանցերի մոդելների նախագծման համար, քանի որ իր գործիքակազմով հնարավորություն է տալիս կիրառել տարբեր մոդիֆիկացիոն գործողություններ կառուցված տոպոլոգիաների վրա, որը կհանգեցնի նոր՝ համարժեք, բայց ոչ իզոմորֆ, տոպոլոգիաների ստացմանը (օրինակ՝ փոփոխել կապուղիների թիվը):

Բաժին 3.1-ում բերվում է ծրագրային փաթեթի կառուցման մանրամասներ, դրա նպատակը և այն խնդիրները, որոնք լուծելու համար ստեղծվել է այս համակարգը: Մասնավորապես, նշվում է դրա կիրառական նշանակությունը՝ gossip սխեմաների նախագծման, «լոկալ տեղափոխության» գործողությունների միջոցով դրանց տոպոլոգիաների մոդիֆիկացման կամ համարժեք gossip տոպոլոգիաների ստացման համար: Բացի այդ, ծրագիրը ունի օգտակար գործիքներ gossip սխեմայում ցիկլերի հայտնաբերման և NODUP սխեմաների հիմնավորման, վթարակայուն gossip սխեմաների վթարակայունության մակարդակի որոշման, կոտրված աճող ճանապարհների հայտնաբերման, broadcast տոպոլոգիաների նախագծման ու համապատասխան ստուգումների իրականացման և Messy broadcast մոդելների կառուցման համար:

Ենթաբաժին 3.1.1-ում բերված է ծրագրային տարբեր կոմպոնենտների, օգտագործված տեխնոլոգիաների ամփոփ նկարագրությունը:

Ենթաբաժին 3.1.2-ը քննարկում է ծրագրային համակարգի աշխատանքային ռեժիմները, մասնավորապես մանրամասն անդրադարձ է կատարվում վերոնշյալ կետերից յուրաքանչյուրին՝ նկարագրելով համապատասխան խնդիրների դրվածքը և առաջարկվող ծրագրային լուծումները:

Բաժին 3.2-ը նկարագրում է իրականացված ալգորիթմները, տրվում դրանց բարդությունների գնահատականները և նկարագրվում համապատասխան իրականացման մանրամասներ:

3.2.1 ենթաբաժինը դիտարկում է NOHO գրաֆների վերիֆիկացման ալգորիթմը, դրա իրականացման սկզբունքները և կիրառական նշանակությունը:

3.2.2 ենթաբաժնում նույն վերլուծությունը կատարվում է այս անգամ NODUP (No Duplicates) սխեմաների կոնտեքստում: Սա կարևոր կիրառական նշանակություն է ստանում, օրինակ երբ գոյություն ունի հստակ սահմանափակումներ կապուղիների ինֆորմացիոն թողունակության համար:

3.2.3 ենթաբաժնում դիտարկվում է վթարակայուն gossip խնդիրը և այն ալգորիթմը, որը օգտագործվել է նախագծված սխեմայի վթարակայունության մակարդակի հիմնավորման համար: Դրա էությունը կայանում է կամայական երկու գագաթների միջև մոնոտոն աճող ճանապարհների հայտնաբերման մեջ:

3.2.4 ենթաբաժնում դիտարկում է Messy broadcast 3 մոդելները՝ M_1, M_2, M_3 : Այս ռեժիմը հնարավորություն է տալիս սուզել կառուցված սխեմայի համապատասխանությունը Messy broadcast մոդելներին: Այս մոդելները կիրառական

նշանակություն ունեն այն տեսանկյունից, որ հաճախ գոյություն չունի համակարգի մասին հստակ պատկերացում, օրինակ անհայտ է դրա չափերի կամ կապակցվածության վերաբերյալ հստակ պատկերացում և ամեն հանգույց գիտի միայն իր անմիջական հարևաններին և ինքը պետք է որոշում կայացնի ինֆորմացիայի հոսքի ուղղորդման վերաբերյալ: Այս մոդելներից յուրաքանչյուրում կա որոշակի անորոշության չափ ու հենց դրա տարբերությունն էլ դրված է այսպիսի բաժանման հիմքում:

3.3 բաժնում բերվում է “Folded paths” ֆունկցիոնալության նկարագրությունը, որը նախատեսված է նախագծված սխեմայում կամայական 2 զագաթների մեջ առկա ընդհատված ճանապարհների հայտնաբերման համար: Այս ֆունկցիոնալը կարևոր նշանակություն է ունեցել վթարակայուն gossip և կողային-տեղափոխված Knodel գրաֆների վերաբերյալ կատարված հետազոտություններում:

3.4 բաժնում կատարված է եզրակացություն առաջարկվող մոդելների փորձարկումների վերաբերյալ: Մասնավորապես, մեծ կարևորություն ունի առաջարկվող Knodel գրաֆների հիման վրա կառուցված վթարակայուն gossip սխեմաների փորձարարական եղանակով հաստատումը Graph Plotter ծրագրային փաթեթի օգնությամբ և Knodel գրաֆների հիման վրա կառուցված NOHO սխեմաների փորձարարական հիմնավորումը, ինչը հիմք հանդիսացավ համապատասխան մաթեմատիկական վերլուծության կատարման համար:

Աշխատանքի հիմնական արդյունքները

Այսպիսով, աշխատանքում ստացվել են հետևյալ հիմնական արդյունքները.

- Ստացվել է մինիմում gossip սխեմաների կառուցման նոր եղանակ՝ զագաթների որոշակի քանակների համար ($\{[5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], \dots\}$) [4, 6]:
- Մշակվել են NOHO տեսակի gossip սխեմաներ, որոնցում հնարավոր է ապահովել ինֆորմացիայի տարածում մինիմալ հնարավոր ժամանակում [3, 6]:
- Մշակվել են նոր վթարակայուն gossip տոպոլոգիաներ՝ գրաֆներ կոմբինացիայի մեթոդի և Wheel տեսակի գրաֆների հիման վրա [1, 5]:
- Ապացուցվել է Knodel գրաֆի վրա կառուցված սխեմաների, որպես gossip տոպոլոգիա մնալու հատկությունը՝ նույնիսկ դրանց կողերի կշիռների ցիկլիկ տեղափոխության պարագայում [7, 8]:
- Առաջադրվել և փորձարարական եղանակով հաստատվել են հիպոթեզներ, առաջինը՝ վթարակայուն gossip սխեմաներում զանգերի մինիմալ հնարավոր քանակի վերին գնահատականի վերաբերյալ, որը բարելավում է մինչ այս հայտնի արդյունքները՝ համակարգի կամայական զույգ, ոչ 2-ի աստիճան հանգույցների թվի դեպքում, իսկ երկրորդը՝ վթարակայուն gossip սխեմաների մինիմում հնարավոր տակտերի թվի վերաբերյալ [1]:

- Մշակվել է ծրագրային փաթեթ, որը թույլ է տալիս մոդելավորել ցանկացած “gossip” սխեմա և ստանալ նոր տոպոլոգիաներ, որոնք կլինեն օպտիմալ առաջադրված պահանջների ապահովման տեսանկյունից, ինչպես նաև էքսպերիմենտալ ձևով հաստատել դրանց լրիվ gossip սխեմաներ հանդիսանալը և պարզել դրանց վթարակայունության մակարդակը [2]:

Հրատարակված աշխատությունների ցանկը

1. V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V.S. Poghosyan, “New methods of construction of fault-tolerant gossip graphs”, CSIT, pp. 75-77, 2013, IEEE conference proceedings
2. V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V. S. Poghosyan, “Graph Plotter: a Software Tool for the Investigation of Fault-Tolerant Gossip Graphs”, CSIT, pp. 20-22, 2013
3. V. H. Hovnanyan, Su. S. Poghosyan and V. S. Poghosyan, “Method of local interchange to investigate Gossip problems”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 40, pp. 5-12, 2013
4. V. Hovnanyan, Su. Poghosyan and V. Poghosyan, “Method of Local Interchange for the Investigation of Gossip Problems: part 2”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 41, pp. 15-22, 2014
5. V. Hovnanyan, S. Poghosyan and V. Poghosyan, “Fault-tolerant Gossip Graphs Based on Wheel Graphs”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 42, pp. 43-53, 2014
6. V. Hovnanyan, S. Poghosyan and V. Poghosyan, “Open problems in gossip/broadcast schemes and the possible application of the method of local interchange”, CSIT, pp. 73-78, 2015, IEEE conference proceedings
7. V. Hovnanyan, “Gossiping Properties of the Modified Knodel Graphs”, Transactions of IIAP of NAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 46, 126-131, 2016.
8. V. Hovnanyan, S. Poghosyan and V. Poghosyan, “Gossiping Properties of the Edge-Permuted Knodel Graphs”, CSIT, pp. 17-20, 2017, IEEE conference proceedings

Vilyam Hovnanyan

The Development of the Methods and Algorithms for the Design of Optimal Schemes for Information Dissemination in Computer Networks

ABSTRACT

During the last decades, the application of medium and large-scale network computing systems (clusters, grids) has become widespread in various areas (research, economics, social, etc.). Parallel to their dissemination, the construction of optimal network structures has become actual to ensure fast information exchange among the nodes of the network. For their investigation, new approaches have been developed based on discrete mathematics, graph theory, parallel programming and probability theory.

Organization of optimal and fault-tolerant exchange of the information between the nodes of the sensor, ad-hoc or multicomputer networks is of a crucial importance. For example, there is a need for distributed fault-tolerant optimal communication algorithms (provided the sensor observations) for preserving functionality and efficiency of sensor network. Normally, the above mentioned networks are operating under computational or energy resource constraints, sometimes in a volatile environments. Thus, considering the peculiarities of such networks and, also, a relatively large scale, it is required that the algorithms operating within them are simple, distributed, tolerant against dynamics of the network and without any single point of failure.

The above mentioned requirements lead to the design of “gossip” algorithms - schemes where the computational power is distributed among components of the network. Meanwhile, each of these components has only local knowledge about the structure of the system, thus can interact only with its several neighbours. This kind of communication schemes are naturally fault-tolerant and optimal for information dissemination.

Anyway, the implementation of communication processes using minimum possible number of calls, shortest possible time or minimum possible number of channels is still actual.

The aim of the research

Provide network structures for gossip communication with optimal or near optimal values for the main properties of gossiping process (number of calls, number of channels and gossiping time).

The practical significance of the research

The results obtained in this research, namely, minimum gossip graphs are applicable as an underlying communication topology for large scale distributed systems and can provide optimal communication between components of the systems. From this perspective, it is also worth mentioning fault-tolerant gossip schemas that can be applicable in a multicomponent decentralized systems operating in a non-stable environment.

On the other hand, designed Graph Plotter software package has a practical value in terms of modeling of the above mentioned schemas. It allows us to construct such networks (for small number of vertices), also to make some structural changes to them and to verify the level of fault-tolerance, etc.

The results of the research

Thus, the main results of the work are the following:

- A new method for constructing minimum gossip graphs for some intervals of the number of vertices is obtained ([5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], ...) [4, 6]
- A new method for constructing NOHO gossip schemas with minimum possible gossiping time is proposed [3, 6]
- A proof for the Knodel graphs preserving their gossiping properties even after a cyclic permutation of the weights of its edges is derived [7, 8]
- A new fault-tolerant gossip schema based on graph combination method and Wheel graphs is proposed [1, 5]
- Hypothesis (verified experimentally) on the upper bound value for the minimum number of calls and minimum possible gossiping time value in fault-tolerant gossip schemes that are based on the construction using Knodel graphs is put forth [1]
- A software package for modeling gossip schemes, also for obtaining new topologies (more optimal for the given requirements) with the help of various tools, as well as to verify experimentally their gossiping properties and the level of fault-tolerance is developed [2]

Вильям Овнянян

Разработка алгоритмов и методов проектирования оптимальных структур по распространению информации в компьютерных сетях

Актуальность темы

За последнее десятилетие применение вычислительных сетевых систем (кластерная система, грид), достигших средних и больших размеров, получило широкое распространение с точки зрения решения проблем, поставленных перед разными отраслями экономики и науки.

Обеспечение оптимального и/или отказоустойчивого обмена и распространения информации между узлами в разнохарактерных вычислительных сетях современного поколения, таких как, в частности, сенсорный, ad-hoc, как и в много-компьютерных и многопроцессорных сетях имеет важнейшее значение. В отличие от классических телефонных сетей, основная цель таких сетей заключается не только в обеспечении эффективной связи между различными компонентами системы, но и в обеспечении того,

чтобы их алгоритмы вычисления и распространения информации были соблюдены. Как правило, такие сети действуют в такой среде, где имеются определенные вычислительные и энергетические ресурсные ограничения, как и топология сети сама по себе подвергается изменению в зависимости от времени. Учитывая своеобразность данных сетей, в частности, довольно большие размеры, а также задачи, поставленные перед ними, приобретает важность обеспечения простых, распределенных, устойчивых по отношению к динамике сетей, лишенных единственной точки отказа и децентрализованных алгоритмов, действующих в данных сетях.

Вышеуказанные требования послужили основой для разработки так называемых “gossip” алгоритмов: схемы, в которых вычислительная мощность распределена между разными узлами системы, и каждая из них имеет только локализованное понимание относительно системы, поэтому и сообщается только с подмножеством определенных узлов. Данные коммуникационные схемы, как правило, наделены особенностями оптимального распространения информации и отказоустойчивостью.

Учитывая вышеуказанные обстоятельства, актуальной становится разработка оптимальных схем или алгоритмов полной передачи/распространения информации, основной целью которых станет осуществление данного процесса при минимальном количестве вызовов, минимальном количестве времени и минимальном количестве путей связи.

Прикладное значение полученных результатов

В течение исследования получены следующие результаты: минимальные gossip схемы применены в качестве основной сетевой топологии в системах, достигающих больших размеров, для того чтобы оптимальным методом организовать децентрализованную коммуникацию между компонентами системы. С этой точки зрения предлагаемые отказоустойчивые gossip схемы также являются значимым результатом, применение которых может рассматриваться в многокомпонентных децентрализованных системах, действующих в неустойчивой среде.

Спроектированная Graph Plotter система имеет применимое значение для моделирования вышеуказанных сетей. Она позволяет спроектировать такие сети (при малом количестве вершин), выполнить структурные изменения в их разных фрагментах, проверить уровень отказоустойчивости и др.

Основные результаты работы

В ходе работы получены следующие основные результаты:

- Получен новый метод по построению минимальных gossip схем, для определенных количеств вершин ([5-6], [9-12], [17-24], [33-48], [65-96], [129-192], [257-384], [513-768], ...) [4, 6].

- Разработаны gossip схемы NOHO вида, в которых имеется возможность обеспечить распространение информации в минимально возможное время [3, 6].
- На основе метода комбинации граф и граф Wheel вида разработаны новые аварийно-устойчивые gossip топологии [1, 5].
- Доказано свойство построения схем на графе Knodel, чтобы остаться в качестве gossip топологии, даже при циклическом перемещении весов их ребер [7, 8].
- Выдвинуты и экспериментальным методом подтверждены гипотезы, в первую очередь, относительно оценки верхнего предела минимального количества возможных вызовов в аварийно-устойчивых gossip схемах, которая улучшает до этого известные результаты в случае произвольного (не 2-ой степени) количества узлов, а во-вторых, относительно количества минимальных возможных тактов аварийно-устойчивых gossip схем [1].
- Разработан программный пакет, который позволяет как смоделировать любую “gossip” схему и получить новые топологии, которые будут наиболее оптимальными с точки зрения обеспечения выдвинутых требований, так и в экспериментальном виде утвердить то, что они полностью являются gossip схемами и выявить уровень их отказоустойчивости [2].