14014.

БИБЛІОТЕКА
УЧЕНАГО КОМИТЕТА МИН. ФИН.

БИБЛІОТЕКА
УЧЕНАГО КОМИТЕТА МИН. ФПН.

1917

Мужество Шарлотты воспѣлъ Андрей Шенье, который вскорѣ и самъ погибъ отъ гильотины. Европейская поэзія завладѣла именемъ Шарлотты Кордэ. Вотъ какъ воспѣвалъ ее Клопштокъ:

«Чья это могила? — Это могила Шарлотты. Нарвемъ цвѣтовъ и «осыпемъ ими прахъ ея: она умерла за отечество. — Нѣтъ, нѣтъ, не «рвите цвѣтовъ: окропите прахъ слезами, кровавыми слезами: она «безполезно умерла за отечество!»

Узнавъ въ своей тюрьмѣ о преступленіи, судѣ и смерти Шарлотты Кордэ, Верньо сказалъ: «Она губитъ насъ, — но она научаетъ насъ, какъ должны мы умирать!»

БИБЛІОТЕКА УЧЕНАГО КОМИТЕТА МИН. ФПП.

Библиотека ИАН СССР

14014
Современник
III, 1847
Буняковский В.
7887

О ВОЗМОЖНОСТИ

введенія опредѣлительныхъ мѣръ довѣрія къ результатамъ нѣкоторыхъ наукъ наблюдательныхъ, и преимущественно статистики.

Первая половина текущаго столѣтія останется навсегда одною изъ самыхъ памятныхъ эпохъ для астрономіи. Въ этотъ короткій промежутокъ времени она, въ отношеніи къ глубокимъ теоретическимъ соображеніямъ, а также къ точности и опредѣлительности своихъ результатовъ, далеко опередила всѣ другія науки наблюдательныя. Впрочемъ, должно сознаться, все благопріятствовало въ наше время быстрому развитію этой важной отрасли человѣческихъ знаній. Съ одной стороны, богатство послѣдняго пятидесятилѣтія первоначальными геометрами, которые въ трудахъ знаменитыхъ своихъ предшественниковъ прошедшаго вѣка могли почерпнуть обширныя свѣдѣнія въ чистомъ математическомъ анализѣ; съ другой — искусство современныхъ намъ художниковъ, которые довели до рѣдкой степени совершенства астрономическіе снаряды какъ въ оптическомъ, такъ и въ механическомъ отношеніи.

Значительныя усовершенствованія теоретическихъ способовъ и возможность производить наблюденія съ точностію, недоступною при прежнихъ средствахъ, самымъ естественнымъ образомъ побудили астрономовъ обратить полное вниманіе на важный и вмѣстѣ съ тѣмъ трудный вопросъ о наблюденіяхъ. Надобно было рѣшить, какъ дѣлать наблюденія, и потомъ, какъ употреблять ихъ показанія наивыгоднѣйшимъ образомъ. На послѣднее требованіе математическій

анализъ отвѣчалъ совершенно опредѣлительно и утвердилъ способы, введеніе которыхъ поставило наблюдательную часть астрономіи на образцовую степень точности.

Въ этой статьѣ мы намѣрены показать возможность и пользу введенія подобныхъ же способовъ въ другія науки, основанныя на опытахъ или наблюденіяхъ. Войдемъ по этому предмету въ нѣкоторыя подробности, примѣняя наши сужденія преимущественно къ статистикѣ. Само собой разумѣется, что ни одно изъ послѣдующихъ замѣчаній не будетъ касаться основныхъ началъ статистики, но единственно оцѣнки и критическаго разбора *численныхъ результатовъ*, которые нерѣдко служатъ основаніемъ заключеній, имѣющихъ важное значеніе въ этой наукѣ.

Чтобы дальнѣйшее изложеніе было совершенно вразумительно для читателей, которые не занимались спеціяльно способами употребленія наивыгоднѣйшимъ образомъ результатовъ наблюденій, войдемъ по этому предмету, довольно отвлеченному по своей сущности, въ нѣкоторыя необходимыя объясненія.

Положимъ, измѣряется непосредственно помощію межевой цѣпи или другимъ снарядомъ какая-нибудь длина, напримѣръ разстояніе между двумя предметами на землѣ. Сколько бы разъ ни повторялось это измѣреніе, найденныя длины, при каждомъ пріемѣ, хотя вообще мало разнствующія между собою, будутъ, однакожъ, различныя. Такое несогласіе въ результатахъ измѣренія одного и того же разстоянія произойдетъ непремѣнно, какъ бы землемѣръ ни былъ искусенъ и несмотря ни на принятыя имъ предосторожности, ни на точность употребляемой цѣпи. Каждое изъ разстояній, найденныхъ при подобныхъ измѣреніяхъ, будетъ ошибочно, но не въ одинаковой мѣрѣ. Причины погрѣшностей наблюденій должны быть отнесены къ недостаточности пріемовъ наблюдателя, отчасти происходящей отъ небезъусловнаго совершенства его чувствъ, также къ бо̀льшей или мѐньшей степени неточности употребляемыхъ имъ инструментовъ. Но, кромѣ того, существуютъ часто и другія причины, которыя иногда трудно и подозрѣвать. Во всякомъ случаѣ, мы видимъ, что точное опредѣленіе разстоянія по непосредственному его измѣренію, какъ въ приведенномъ сейчасъ примѣрѣ, невозможно. То̀же самое можно сказать и о всякой другой величинѣ, какого бы рода она ни была; наблюденія надъ нею приведутъ только къ приближенному ея значенію. Теперь прямо представляется вопросъ: какимъ образомъ употребить произведенныя наблюденія, чтобы достигнуть возможно-точнаго значенія измѣряемой величины? Если примемъ въ соображеніе многочисленность случаевъ, въ которыхъ заключенія наблюдательныхъ наукъ основываются на численныхъ показаніяхъ о повто-

реніи разныхъ фактовъ, то не усомнимся въ пользѣ рѣшенія этого вопроса.

Уже давно наблюдателями принято за правило предпочитать всякой другой величинѣ *среднюю ариѳметическую* изъ всѣхъ наблюденій, то есть, сумму показаній всѣхъ этихъ наблюденій, раздѣленную на ихъ число. Такъ, напримѣръ, еслибъ измѣрили *шесть* разъ разстояніе между двумя предметами и нашли, положимъ, слѣдующіе результаты:

20 саж. $1^1/_8$ арш., 20 с. $1^1/_4$ ар., 20 с. $1^7/_8$ ар., 20 с. 1 ар., 20 с. $^3/_4$ ар., 20 с. $^3/_8$ ар.

то надлежало бы сложить эти шесть чиселъ и потомъ сумму ихъ 122 саж. $^3/_8$ арш. раздѣлить на 6; такимъ образомъ получимъ 20 сажень, 1 аршинъ и 1 вершокъ для разстоянія между двумя предметами. Правило ариѳметической средины, безъ сомнѣнія, очень просто, и оно, какъ доказано теперь съ строгостію математическою, есть наивыгоднѣйшее при значительномъ числѣ прямыхъ наблюденій. Но здѣсь прямо представляется очень важный вопросъ, на который, къ сожалѣнію, бо́льшая часть эмпириковъ-наблюдателей не обращаютъ надлежащаго вниманія. Вопросъ состоитъ въ томъ, въ какой мѣрѣ можно довѣрять результату, который находимъ по объясненному сейчасъ способу? Пока не отдадимъ себѣ положительнаго отчета въ этомъ отношеніи, до тѣхъ поръ найденный результатъ будетъ неполонъ и не удовлетворитъ требованіямъ нашего разсудка. Такъ въ приведенномъ сейчасъ примѣрѣ, гдѣ получено разстояніе между двумя предметами, равное 20 с. 1 ар. и 1 в., что̀ означаетъ это разстояніе, найденное по правилу ариѳметической средины? Конечно, оно не есть точное; но на сколько же оно будетъ болѣе или менѣе точнаго? Вотъ новый вопросъ, рѣшеніе котораго невозможно, потому-что по извѣстной разности между истиннымъ разстояніемъ и его значеніемъ, найденнымъ изъ наблюденій, получили бы тотчасъ и истинное разстояніе. Какой же смыслъ приписать результату 20 с. 1 ар. и 1 вер.? Постараемся разрѣшить недоумѣніе общепонятнымъ образомъ, и съ этою цѣлію условимся прежде всего въ томъ, какое мы должны составить себѣ понятіе о бо́льшемъ или мѐньшемъ довѣріи къ результату. Степень же довѣрія къ какому-либо численному выводу назовемъ его *вѣроятностію*, соображаясь при этомъ съ принятымъ въ наукѣ наименованіемъ.

Положимъ, напримѣръ, что изъ тысячи шаровъ, въ числѣ которыхъ находится только одинъ бѣлый, а 999 чорныхъ, вынимаютъ одинъ шаръ наудачу. Нѣтъ никакого сомнѣнія, что всякій, кому только извѣстенъ значительный перевѣсъ числа чорныхъ шаровъ предъ однимъ бѣлымъ, будетъ имѣть весьма большое довѣріе къ предположенію, что вынутый шаръ окажется чорнаго цвѣта. Мѣру

довѣрія къ этому предположенію весьма естественно принимать здѣсь въ 999 разъ бо́льшею противъ мѣры нашего ожиданія противной случайности, — появленія бѣлаго шара. Дѣйствительно, еслибъ вынимали поодиначкѣ всѣ 1000 шаровъ, то бѣлый появился бы только одинъ разъ, между тѣмъ, какъ чорный 999 разъ чаще, именно 999 разъ. Такимъ образомъ, можно взять одно число по произволу, а другое въ 999 разъ мѐньшее; эти два числа послужатъ относительною мѣрою довѣрія, что вынутый шаръ будетъ чорный и бѣлый. Для устраненія же такого произвола, математики условились, чтобы сумма упоминаемыхъ двухъ чиселъ равнялась *единицѣ*, которая и принимается за мѣру достовѣрности или несомнѣнности. Въ нашемъ примѣрѣ достовѣрность состоитъ въ томъ, что вынутый шаръ будетъ или чорный, или бѣлый. На такомъ основаніи, дроби

$$^{999}/_{1000} \text{ и } ^{1}/_{1000}$$

изъ которыхъ первая въ 999 разъ бо́льше второй, и составляющія сумму, равную единицѣ, принимаются соотвѣтственно за мѣру довѣрія къ двумъ возможнымъ предположеніямъ вынуть чорный или бѣлый шаръ. Дроби, получаемыя такимъ образомъ, называются *вѣроятностями* соотвѣтствующихъ имъ случайностей. Итакъ $^{999}/_{1000}$ изображаетъ вѣроятность, что вынется чорный шаръ, а $^{1}/_{1000}$, что вынутый шаръ будетъ бѣлый. Имѣя подобныя численныя выраженія для вѣроятностей, или, что̀ все равно, для мѣры довѣрія къ какимъ-либо ожидаемымъ случаямъ, мы можемъ съ бо́льшею увѣренностію судить о томъ, который изъ этихъ случаевъ правдоподобнѣе, и слѣдовательно, можетъ представиться преимущественно предъ другимъ.

Теперь легко понять и опредѣленіе вѣроятности, предлагаемое математиками. *Вѣроятность какого либо событія равна дроби, имѣющей числителемъ число благопріятствующихъ этому событію случаевъ, а знаменателемъ число всѣхъ возможныхъ случаевъ.* Такъ въ предъидущемъ примѣрѣ вѣроятность вынуть чорный шаръ опредѣлилась дробью $^{999}/_{1000}$, у которой числитель 999 изображаетъ число чорныхъ шаровъ, а знаменатель 1000, полное число шаровъ. Здѣсь появленіе шара чорнаго цвѣта означало *событіе*, 999 число *благоприятствующихъ* ему случаевъ, а 1000 число всѣхъ *возможныхъ*. Впрочемъ, при сдѣланномъ сейчасъ опредѣленіи вѣроятности, должно имѣть въ виду, что всѣ случаи, какъ благопріятные, такъ и неблагопріятные, предполагаются *равновозможными*, то есть, мы должны находиться въ одинаковой нерѣшимости въ отношеніи къ появленію котораго бы то ни было изъ нихъ. Такъ въ предъидущемъ примѣрѣ мы предполагали, что возможность вынуть какой-бы то ни было шаръ одинакова, или, иначе, шары, вынимаемые по

одиначкѣ, могутъ попасть въ руку безразлично. При неравновозможныхъ случаяхъ, анализъ вѣроятностей предлагаетъ особыя правила, посредствомъ которыхъ задача всегда приводится къ разсмотрѣнному выше предположенію.

Послѣ этихъ предварительныхъ понятій о мѣрѣ вѣроятности, мы можемъ возвратиться къ результатамъ наблюденій и разобрать основательнѣе – чего, въ этомъ отношеніи, должно требовать отъ математическаго анализа. Мы уже убѣдились въ невозможности опредѣлить точное значеніе величины посредствомъ наблюденій. Итакъ, должно ограничиться приближеніемъ къ ней съ наибольшею степенью довѣрія. Но и этого мало; тотчасъ родится вопросъ: какъ велика могла быть ошибка при найденномъ приближенномъ результатѣ, или, опредѣлительнѣе: какую степень довѣрія можно имѣть къ тому, что полученный изъ наблюденій выводъ разнствуетъ отъ истиннаго результата не болѣе, какъ на опредѣленную величину, произвольно малую? Вникнувъ въ сущность предмета, здравый умъ тотчасъ признаетъ, что отъ наблюденій и вычисленія требовать болѣе невозможно, и эту задачу вполнѣ разрѣшаетъ анализъ вѣроятностей.

Съ строгостію математическою доказывается, что, увеличивая число наблюденій, напримѣръ число измѣреній какого-нибудь разстоянія, какъ выше, можно, при соблюденіи нѣкоторыхъ условій, достигнуть желаемой степени вѣроятности, что средній результатъ наблюденій будетъ разнствовать отъ истиннаго разстоянія не болѣе, какъ на весьма малую длину, которая, въ отношеніи къ полной длинѣ, совершенно нечувствительна на практикѣ. Пояснимъ это примѣромъ.

Положимъ, что, измѣривъ какое нибудь разстояніе 1000 разъ сряду и взявъ среднюю ариѳметическую этихъ тысячи наблюденій, желаемъ удостовѣриться, что истинное разстояніе отличается отъ найденной средней не болѣе, какъ на *одну сотую* ея долю. По вычисленіи опредѣлится вѣроятность, что погрѣшность истиннаго разстоянія противъ средняго результата не превосходитъ $^1/_{100}$ доли этого послѣдняго, по избытку или по недостатку. Такъ, напримѣръ, еслибъ истинное разстояніе изобразили чрезъ x, а средній результатъ наблюденій чрезъ a, то нашли бы вѣроятность, что x заключается между предѣлами

$$a - a/_{100} \text{ и } a + a/_{100}.$$

Допустимъ теперь, что вѣроятность, о которой говоримъ, нашлась равною $^{999}/_{1000}$. Это будетъ значить, что можно держать закладъ 999 противъ 1, что истинная величина разстоянія дѣйствительно заключается между двумя довольно близкими предѣлами

$$a - a/_{100} \text{ и } a + a/_{100}.$$

Или еще, можно положиться на эти предѣлы совершенно съ такою же надеждою, какъ еслибъ, изъ совокупности 1000 шаровъ, — 999 чорныхъ и 1 бѣлаго, — вынули одинъ наудачу и ожидали по явленія чорнаго шара. Это значитъ, что въ сложности изъ 1000 случаевъ, можно ожидать ошибки только одинъ разъ, а справедливаго утвержденія 999 разъ. Если пожелаемъ, то имѣемъ право стѣснить предѣлы $a - a/_{100}$ и $a + a/_{100}$ и допустить, напримѣръ, что истинное разстояніе x заключается между

$$a - a/_{500} \text{ и } a + a/_{500};$$

но въ такомъ случаѣ вѣроятность дѣйствительности этихъ предѣловъ сдѣлается слабѣе. Впрочемъ, очень можетъ случиться, что даже и при новыхъ, болѣе тѣсныхъ предѣлахъ вѣроятность ихъ будетъ еще достаточна для того, чтобы имѣть желаемое довѣріе къ незначительности допускаемой погрѣшности.

Степень увѣренности, которой мы достигаемъ въ отношеніи къ тому предположенію, что найденный результатъ отличается отъ истиннаго чрезвычайно мало, прямо обнаруживаетъ несомнѣнную пользу подобныхъ соображеній; къ тому же должно замѣтить, что умъ человѣческій не имѣетъ и не можетъ имѣть средствъ, болѣе опредѣлительныхъ, для возможнаго приближенія къ истинѣ.

На основаніе всего сказаннаго легко понять, что математическій анализъ доставляетъ способы для взаимнаго сравненія достоинствъ среднихъ результатовъ при разныхъ наблюденіяхъ, или, иначе, приводитъ къ опредѣленію относительнаго довѣрія къ результатамъ, получаемымъ изъ разнородныхъ наблюденій. Итакъ, имѣя средніе выводы по разнымъ рядамъ наблюденій, можно не только распредѣлить эти средніе по относительному ихъ достоинству, но даже отличить числами малѣйшіе ихъ оттѣнки. Напримѣръ, сравнивая между собою два средніе результата, полученные изъ двухъ различныхъ рядовъ наблюденій, вычисленіе покажетъ, что при одной и той же степени довѣрія къ окончательному выводу первая средняя можетъ различествовать отъ истинной величины на опредѣленное количество, бо́льшее или мѐньшее въ извѣстной мѣрѣ противъ разности между второю среднею и истинною величиною, ей соотвѣтствующею.

Нерѣдко случается также, что не имѣемъ возможности производить прямыхъ наблюденій надъ самою опредѣляемою величиною, а измѣряемъ другую, отъ которой уже легко перейти къ искомой посредствомъ простыхъ ариѳметическихъ дѣйствій. Въ астрономіи такіе случаи встрѣчаются очень часто, да и въ другихъ наукахъ наблюдательныхъ могутъ представиться. Въ подобномъ предположеніи, именно, когда не имѣемъ прямыхъ наблюденій надъ опре-

дѣляемою величиною, правило ариѳметической средины должно замѣнить другимъ, извѣстнымъ подъ названіемъ *способа наименьшихъ квадратовъ погрѣшностей*. При пособіи вычисленныхъ заблаговременно таблицъ, этотъ способъ не можетъ представить никакихъ особенныхъ затрудненій на практикѣ, даже наблюдателямъ, мало знакомымъ съ математическимъ анализомъ. Прибавимъ къ этому, что все объясненное относительно опредѣленія мѣры довѣрія къ среднимъ ариѳметическимъ результатамъ также удовлетворительно распространяется на случай, когда должно прибѣгнуть къ правилу наименьшихъ квадратовъ.

Предложивъ краткое понятіе о способахъ, на которыхъ строгій математическій анализъ предписываетъ основывать результаты наблюденій и оцѣнивать ихъ достоинство, обратимся къ прямой цѣли нашей статьи и покажемъ возможность и пользу введенія этихъ способовъ въ статистику. Повторяемъ опять, что мы отнюдь не намѣрены и не признаемъ себя вправѣ касаться основныхъ началъ статистики: въ этомъ отношеніи она имѣетъ своихъ законныхъ судей. Но та часть науки, въ которой взвѣшиваютъ, такъ сказать, численныя отношенія и гдѣ числа прямо рѣшаютъ вопросы, составляетъ, безспорно, достояніе прикладной математики. Съ этой точки мы и станемъ смотрѣть на науку въ дальнѣйшемъ изложеніи.

Статистика, какъ и всѣ науки наблюдательныя, собираетъ сперва по предметамъ своихъ изслѣдованій по возможности болѣе обильный запасъ фактовъ и наблюденій, какъ физическихъ, такъ и нравственныхъ, располагаетъ ихъ въ стройномъ, систематическомъ порядкѣ, старается оцѣнить относительную ихъ важность и достоинство и потомъ уже, чрезъ тщательное сравненіе и сближеніе полученныхъ данныхъ, выводитъ общія заключенія, составляющія ея принадлежность. Бо́льшая часть этихъ фактовъ и наблюденій выражается *числами*, и слѣдовательно, въ этомъ смыслѣ, какъ уже сказано выше, статистика становится прикладною отраслію математическихъ наукъ.

Главный элементъ статистики составляетъ опредѣленіе населенія описываемой страны. Сюда же относятся многоразличные вопросы о вѣроятностяхъ человѣческой жизни, какъ-то: о смертности, о средней и вѣроятной жизни, о числѣ рожденій, браковъ, о продолжительности разныхъ обществъ, о распредѣленіи народонаселенія по возрастамъ, по сословіямъ, по племенамъ, вѣрѣ и проч., и проч. Нѣтъ надобности доказывать, что при критическомъ разборѣ огромнаго числа наблюденій, выраженныхъ числами, должно руководствоваться непреложными правилами анализа вѣроятностей; иначе не имѣли бы возможности оцѣнять относительныя степени достоинства различныхъ наблюденій и могли бы, напримѣръ, принять съ одинаковою

довѣренностію два результата, которые на самомъ дѣлѣ утверждаются различными вѣроятностями. Это замѣчаніе тѣмъ важнѣе, что при равномъ числѣ наблюденій, довѣріе къ среднимъ результатамъ можетъ быть весьма различное.

Въ подтвержденіе сказаннаго нами о необходимости имѣть мѣру довѣрія къ статистическимъ результатамъ, найденнымъ изъ наблюденій, приведемъ примѣръ, который объяснитъ нашу мысль какъ нельзя лучше.

Вѣрнѣйшее средство для опредѣленія населенія какой-либо страны состоитъ, безъ сомнѣнія, въ общей ревизіи. Здѣсь не мѣсто говорить о многочисленныхъ затрудненіяхъ, сопряженныхъ съ практическимъ исполненіемъ этого многосложнаго дѣйствія. Можно также употреблять другія средства, болѣе или менѣе выгодныя, какъ напримѣръ *таблицы смертности* или еще *частныя народосчисленія*, когда извѣстно приближенное отношеніе полнаго населенія къ числу годовыхъ рожденій. Войдемъ въ нѣкоторыя подробности относительно послѣдняго способа. Положимъ, что число годовыхъ рожденій той страны, для которой ищется полное населеніе, извѣстно изъ метрическихъ книгъ; если бы сверхъ того знали отношеніе населенія къ этому числу, то первое прямо опредѣлилось бы посредствомъ простой пропорціи. Итакъ, вопросъ приводится къ опредѣленію упоминаемаго отношенія. Для этого, самое вѣрное средство состоитъ въ томъ, чтобы на многихъ пунктахъ государства произведены были съ возможнымъ тщаніемъ частныя народосчисленія. Сравнивая каждое показаніе съ числомъ годовыхъ рожденій, относящимся къ тому же пункту, и опредѣленное изъ сложности нѣсколькихъ лѣтъ, получимъ для того мѣста искомое отношеніе. Если же принимая въ соображеніе частныя народонаселенія, раздѣлимъ ихъ итогъ на число годовыхъ рожденій на всѣхъ разсматриваемыхъ пунктахъ, то найдемъ, съ достаточною степенью точности, искомое отношеніе для всего государства. Наконецъ, помноживъ это отношеніе на полное число годовыхъ рожденій въ государствѣ, опредѣлимъ и самое его населеніе. Теперь рождается вопросъ: съ какою степенью довѣрія можно будетъ положиться на результатъ подобнаго опредѣленія? Пока эта мѣра неизвѣстна, мы не имѣемъ удовлетворительнаго, логическаго понятія о результатѣ произведеннаго счисленія. Умъ не можетъ и не долженъ довольствоваться такимъ поверхностнымъ показаніемъ: ему необходимо знать, что онъ въ правѣ требовать и ожидать отъ точности найденнаго числа. Математическій анализъ вполнѣ разрѣшаетъ всѣ недоумѣнія въ этомъ отношеніи и объясняетъ значеніе результата съ возможною опредѣлительностію.

Такимъ образомъ *Лапласъ* нашелъ, что число жителей во Франціи, въ 1802 году, было, приблизительно, 28,352,845. Онъ получилъ этотъ результатъ на основаніи данныхъ, которыя по его просьбѣ французское правительство предписало собрать на разныхъ пунктахъ государства. Въ тридцати департаментахъ Франціи были выбраны общины, которыхъ мѣры по усердію и знанію дѣла признаны наиболѣе способными къ доставленію точнѣйшихъ свѣдѣній. Народосчисленіе въ этихъ общинахъ, приведенное къ окончанію 22 сентября, 1802 года, доставило число 2,037,615 жителей обоего пола. Рожденій, браковъ и умершихъ въ теченіи трехъ лѣтъ, отъ 22 сентября, 1779 года, по 22 сентября, 1802 года, для всѣхъ этихъ общинъ, оказалось:

Рожденій.	Браковъ.	Умершихъ.
110,312 муж. пола.	46,037	103,659 муж. пола.
105,287 жен. пола.		99,443 жен. пола.

Изъ этихъ данныхъ прямо выводятся слѣдующіе численные результаты для Франціи, относящіеся къ 1802 году: отношеніе числа рожденій мальчиковъ къ дѣвочкамъ выходитъ, какъ 22 къ 21; число браковъ къ числу рожденій, какъ 3 къ 14; наконецъ, отношеніе населенія къ числу годовыхъ рожденій какъ 28,352,845 къ 1. Отсюда Лапласъ, принявъ число годовыхъ рожденій во Франціи равнымъ *одному милліону*,—а это опредѣленіе было въ ту эпоху весьма близко къ истинѣ,— заключилъ, что полное народонаселеніе Франціи составляло въ то время 28,352,845 жителей обоего пола. Далѣе, посредствомъ анализа вѣроятностей, онъ вычислилъ погрѣшность, которой можно опасаться при этомъ выводѣ. Онъ нашелъ, что при закладѣ можно держать 1,161 противъ 1, что, принявъ на *полтора милліона* рожденій 42,529,267 жителей, погрѣшность этого числа не превзойдетъ *полумилліона*, по избытку или недостатку. При такой численной оцѣнкѣ мѣры довѣрія къ приведенному результату, мы можемъ составить себѣ ясное понятіе о степени точности, которой въ правѣ ожидать отъ найденнаго числа 28,352,845 жителей.

Къ этому численному результату мы могли бы прибавить многіе другіе, какъ напримѣръ опредѣленіе вѣроятности рожденія младенца мужескаго пола преимущественно предъ женскимъ, увеличеніе средней жизни отъ уничтоженія какой-либо причины смертности, положимъ, отъ прививанія оспы, и проч., и проч. Подобныя примѣненія анализа вѣроятностей принесутъ несомнѣнную пользу и во многихъ изслѣдованіяхъ статистиковъ о состояніи описываемой страны въ отношеніи къ естественнымъ ея произведеніямъ, къ политическому устройству, къ промышленности, торговлѣ и проч., и проч. Но какъ

наша цѣль въ этой статьѣ состоитъ единственно въ томъ, чтобы обнаружить возможность достиженія бо́льшей точности и опредѣлительности въ статистическихъ результатахъ, то мы и оставимъ подробности по этому предмету. Знатоки дѣла лучше насъ укажутъ на тѣ случаи, гдѣ пособіе математическихъ соображеній окажется нужнымъ. Скажемъ, однакожъ, нѣсколько словъ о пользѣ, которую математика можетъ принести розысканіямъ статистиковъ относительно разнообразныхъ вопросовъ объ умственномъ и нравственномъ состояніи описываемой страны.

Опредѣленіе мѣры общественнаго просвѣщенія съ достаточною точностью, по затруднительности сравненія различныхъ степеней грамотности или образованности кончившихъ и не окончившихъ еще ученіе, представляетъ, безъ сомнѣнія, задачу, почти неразрѣшимую. Статистическіе документы, которые, для приблизительнаго ея рѣшенія, должны быть приняты въ расчетъ, составляютъ подробные отчеты о состояніи преподаванія въ университетахъ, лицеяхъ, гимназіяхъ, уѣздныхъ и приходскихъ училищахъ, сельскихъ школахъ, училищахъ военнаго и духовнаго вѣдомствъ, разнаго рода частныхъ учебныхъ заведеніяхъ,—объ учащихся, получающихъ домашнее воспитаніе, также внѣ отечества, и проч., и проч., и проч Но ка̀къ собрать подобныя свѣдѣнія съ достаточною полнотою и, главное, отличить оттѣнками различныя степени грамотности и высшаго образованія, при огромномъ итогѣ учащихся или окончившихъ ученіе, и потомъ слѣдить за послѣдними? Когда рѣчь идетъ объ отдѣльномъ учебномъ заведеніи, то ба̀лы, выставляемые ученикамъ по разнымъ предметамъ, опредѣляютъ довольно близко относительныя степени ихъ успѣховъ, и можно также съ достаточною точностью опредѣлить *средній успѣхъ* или *среднюю силу* отдѣльнаго класса или цѣлаго заведенія. Но примѣненіе этого способа къ странѣ, болѣе или менѣе обширной, въ отношеніи къ полному ея населенію, конечно, невыполнимо. Во всякомъ случаѣ, допустивъ, что статистика упроститъ какими-либо средствами практическое рѣшеніе этой сложной задачи, она послѣ того подойдетъ подъ категорію тѣхъ, о которыхъ говорено выше, и слѣдовательно, потребуетъ посредничества анализа вѣроятностей.

Вопросы о нравственномъ состояніи страны, при достаточномъ числѣ фактовъ и наблюденій, собираніе которыхъ, конечно, сопряжено съ большими затрудненіями, подлежатъ также, съ извѣстными ограниченіями, математическому анализу. Мыслители-наблюдатели не сомнѣваются въ той истинѣ, что при возрастающемъ числѣ испытаній всегда обнаруживается нѣкоторая правильность въ относительномъ числѣ повторяющихся явленій, какъ физическихъ, такъ и нравстенныхъ.

Несмотря на значительныя отступленія отъ этого закона при явленіяхъ, зависящихъ отъ воли человѣка, отъ его страстей, тайныхъ побужденій, помысловъ, степени просвѣщенія и т. п., когда принимаемъ во вниманіе только отдѣльные или малочисленные факты, правильность, о которой говоримъ, возстановляется разительнымъ образомъ, при соображеніи значительнаго ряда явленій одного рода. Въ послѣднемъ предположеніи случайныя неправильности уравновѣшиваются, такъ сказать, между собою, и средній результатъ обнаруживаетъ законъ, который нашъ умъ не въ состояніи былъ уловить при недостаточномъ числѣ фактовъ. Здѣсь представляется еще то важное замѣчаніе, что относительное число и предѣлы неправильностей въ явленіяхъ, зависящихъ отъ нравственныхъ причинъ, нисколько не превосходятъ подобныхъ отступленій въ явленіяхъ міра физическаго. Опыты и математическая теорія вполнѣ подтверждаютъ эту истину. Въ ней заключается законъ, доказанный *Яковомъ Бернулли*, и который, въ обобщенномъ видѣ, *Пуассонъ* такъ удачно назвалъ *закономъ большихъ чиселъ*, равно приличествующимъ явленіямъ физическимъ и нравственнымъ, когда имѣютъ въ виду только сравненіе результатовъ наблюденій надъ ними.

Изъ сказаннаго прямо открывается возможность примѣненія математическаго анализа къ вопросамъ нравственнымъ. Уже въ прошедшемъ столѣтіи *Кондорсетъ* въ книгѣ: *Essai sur l'application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions*, 1785 г,—приложилъ анализъ къ разнообразнымъ вопросамъ, относящимся къ рѣшеніямъ по большинству голосовъ, при различныхъ видахъ подобныхъ приговоровъ. Пространное введеніе, помѣщенное въ началѣ этого труда, заключаетъ въ себѣ много взглядовъ и результатовъ, имѣющихъ несомнѣнное достоинство въ наукахъ нравственныхъ и политическихъ. Въ другомъ новѣйшемъ трактатѣ о томъ же предметѣ, — мы говоримъ о сочиненіи Пуассона: *Recherches sur la Probabilité des Jugements*, 1837 г.,—статистики и законовѣдцы найдутъ глубокомысленныя примѣненія математическаго анализа къ разнымъ вопросамъ, касающимся судопроизводства по гражданскимъ и уголовнымъ дѣламъ. Формулы Пуассона заключаютъ въ себѣ двѣ величины, которыя зависятъ отъ нравственнаго состоянія страны, отъ состава суда и вида судопроизводства, а также отъ образованности и искусства судей. Статистическія данныя для опредѣленія этихъ элементовъ онъ почерпнулъ изъ *Comptes généraux de l'Administration de la Justice criminelle*, за шесть лѣтъ, отъ 1825 до 1830 года.

Правило, употребляемое математиками для опредѣленія вѣроятностей существованія причинъ, по наблюденнымъ явленіямъ, столько

обильное въ своихъ приложеніяхъ къ вопросамъ изъ естественной философіи, можетъ принести большую пользу и статистикѣ. Мы намекаемъ только на это примѣненіе, предоставляя самимъ статистикамъ дальнѣйшія соображенія по упоминаемому предмету.

Изложивъ въ общихъ чертахъ нѣкоторыя предположенія о пользѣ, которую анализъ вѣроятностей могъ бы принести статистикѣ, окончу перечнемъ сдѣланныхъ въ этой статьѣ замѣчаній. Основная мысль состояла въ томъ, чтобы численные результаты,—обыкновенно *среднія ариѳметическія величины*, - сопровождались вездѣ, гдѣ только на то представляется возможность, *мѣрою довѣрія* къ предлагаемому выводу. Понятіе же о мѣрѣ довѣрія можно выражать вѣроятностью, что найденный результатъ заключается между извѣстными предѣлами, какъ объяснено выше, или еще иначе, соображаясь съ правилами исчисленія вѣроятностей; впрочемъ, статистики сами укажутъ, что̀ именно въ этомъ отношеніи признаютъ болѣе удобнымъ. Можетъ быть, возразятъ, что статистикъ, посвятивъ себя почти исключительно своей наукѣ, не имѣетъ досуга заняться основательнымъ изученіемъ теоріи наивыгоднѣйшихъ результатовъ наблюденій, одной изъ труднѣйшихъ въ области анализа вѣроятностей; на это можно отвѣчать, что для наблюдателя нѣтъ никакой необходимости, какъ для математика, знать съ полнымъ сознаніемъ и со всѣми аналитическими утонченностями подробный выводъ принадлежащихъ къ этой теоріи формулъ. Цѣль достигнута, когда наблюдатель умѣетъ пользоваться доказанными формулами. Но для этого надо имѣть руководство къ употребленію наблюденій. Составленіе подобнаго указателя или общепонятной инструкціи о томъ, какъ употреблять наивыгоднѣйшимъ образомъ показанія наблюденій, долженъ принять на себя математикъ, знакомый съ требованіями статистики. Что̀ же собственно касается до статистика, то онъ непремѣнно долженъ имѣть сто̀лько познаній въ элементарной математикѣ, чтобы не затрудняться приведеніемъ общихъ формулъ въ числа. И дѣйствительно, даже независимо отъ вычисленія наблюденій, не случается ли ему производить выкладки по вопросамъ о финансовыхъ оборотахъ, требующихъ разныхъ соображеній о сложныхъ процентахъ; тогда онъ необходимо долженъ прибѣгать къ алгебрическимъ формуламъ и къ пособію логариѳмическихъ таблицъ. Впрочемъ, въ случаяхъ сомнительныхъ статистикъ можетъ обратиться къ математику, которому языкъ чиселъ долженъ быть вполнѣ понятенъ. Математикъ предохранитъ его отъ заблужденій, въ которыя нерѣдко впадаютъ наблюдатели, приписывая численнымъ результатамъ равныя достоинства, когда, напротивъ того, они не заслуживаютъ одинаковой степени довѣрія.

Мысль о введеніи болѣе опредѣлительныхъ показаній въ численныхъ результатахъ, по всей вѣроятности, представлялась уже не разъ статистикамъ; должно полагать, что она до сихъ поръ не приведена въ исполненіе съ одной стороны по причинѣ встрѣтившихся особенныхъ затрудненій для ея осуществленія, а съ другой — по неимѣнію руководства, излагающаго общепонятнымъ языкомъ способы трудной теоріи наивыгоднѣйшихъ результатовъ. Какъ бы то ни было, математику позволительно надѣяться, что предположенія о такомъ уточненіи статистики до нѣкоторой степени возможны. Онъ готовъ даже пророчествовать, что со временемъ, и, можетъ быть, очень скоро, статистика въ чредѣ наукъ наблюдательныхъ достигнетъ точности, по сущности своей уступающей результатамъ астрономическимъ, но значительно превосходящей ту, которую представляетъ наука въ настоящемъ ея состояніи.

Здѣсь бы слѣдовало заключить статью; но, по аналогіи предмета, да позволено будетъ мнѣ прибавить нѣсколько словъ о другомъ приложеніи анализа вѣроятностей, на которое, кажется, никто еще не указывалъ. Новое примѣненіе относится къ грамматическимъ и этимологическимъ изслѣдованіямъ о какомъ-либо языкѣ, также къ сравнительной филологіи. Сколько съ перваго взгляда такого рода изслѣдованія ни покажутся чуждыми математическому анализу, однакожъ, могу съ увѣренностью сказать, что въ этомъ отношеніи представляется обширное поле для строгихъ математическихъ соображеній. Утвержденіе мое основывается не на предположеніяхъ и догадкахъ, болѣе или менѣе шаткихъ, а на критическомъ обсужденіи предмета, на сдѣланныхъ уже мною нѣкоторыхъ попыткахъ и на аналитическихъ формулахъ, которыя я вывелъ для опредѣленія въ *числахъ* вѣроятностей разныхъ словопроизводствъ. Такимъ образомъ, мѣра довѣрія, напримѣръ, къ какой-либо этимологіи можетъ быть опредѣлена, приблизительно *числомъ*, и по степени близости этого числа къ единицѣ или достовѣрности, слѣдуетъ судить о предполагаемой ея подлинности. Здѣсь теперь не мѣсто входить въ подробности относительно предмета, на который я покамѣстъ желалъ только указать. Но чтобы прямо обнаружить, какимъ образомъ подобныя изслѣдованія могутъ войти въ область прикладной математики, считаю не излишнимъ въ бѣглыхъ чертахъ поименовать нѣкоторыя изъ тѣхъ численныхъ показаній, или матеріяловъ, которые подлежатъ ея разработкѣ. Когда рѣчь идетъ объ одномъ языкѣ, то прежде всего предположимъ, что имѣемъ подробное его *ариѳметическое описаніе*, или, выразимся такъ, его *статистику*, т. е. численныя показанія о полномъ итогѣ словъ того языка, распредѣленіе этихъ словъ по частямъ рѣчи, по числу буквъ, по начальнымъ буквамъ, по оконча-

ніямъ и проч., и проч. Сюда же будутъ относиться свѣдѣнія объ общихъ правилахъ, объ исключеніяхъ разнаго рода, о словахъ, несомнѣнно заимствованныхъ изъ другихъ языковъ и т. п. Вотъ численные матеріялы, строгій разборъ которыхъ требуетъ, конечно, соображеній математичаскихъ. Имѣя подобныя статистическія данныя для двухъ или нѣсколькихъ языковъ, можно сравнивать ихъ въ разныхъ отношеніяхъ, и выводимые результаты облекутся нѣкоторымъ авторитетомъ, который въ свое оправданіе не всегда могутъ представить филологи при настоящемъ состояніи науки.

Конечно, составленіе того, что́ я назвалъ *статистикою языка*, весьма утомительно, и, по всей вѣроятности, филологи назовутъ такой трудъ почти потеряннымъ, по той причинѣ, что предполагаемый выигрышъ со стороны точности заключеній объ языкѣ не вознаградитъ ихъ за потерю времени. Не беремъ на себя рѣшить вопросъ, до какой степени такое утвержденіе было бы справедливо.

Можетъ быть, при другомъ случаѣ, я издамъ свои теоретическія слѣдованія по предмету, о которомъ я здѣсь только упомянулъ. Что́ касается до практическихъ примѣненій общихъ формулъ, то, за мѣніемъ подробныхъ ариѳметическихъ данныхъ объ языкахъ, но будетъ ограничиться весьма немногими примѣрами. Впрочемъ, ы придать подобному труду надлежащую степень полноты и осельности относительно филологическихъ условій, само собою ьется, математикъ непремѣнно долженъ вступить въ сношенія токами этого дѣла, ему самому болѣе или менѣе чуждаго.

В. БУНЯКОВСКІЙ.

О ЗЕМЛЯНОМЪ ЧЕРВѢ,

ПОѢДАВШЕМЪ ОЗИМЬ ВЪ 1846 ГОДУ.

Въ общемъ устройствѣ природы, какъ строго организованномъ цѣломъ, всякое живое существо имѣетъ свое опредѣленное назначеніе, которое непремѣнно выполняетъ; и это назначеніе нисколько не зависитъ отъ величины, продолжительности жизни и другихъ явленій, по которымъ человѣкъ обыкновенно судитъ о животныхъ и растеніяхъ. Жизнь громаднѣйшаго органическаго существа нужна въ общей жизни нашей планеты не болѣе кратковременнаго появленія насѣкомаго наливчатаго животнаго, или микроскопической плесени. Часто даже существованіе большого животнаго и растенія много зависитъ отъ тѣхъ, которыхъ по малости ихъ человѣкъ едва замѣчаетъ. Главными дѣятелями въ природѣ часто являются тѣ организмы, которые именно по своей малосложности и быстрому происхожденію могутъ являться тамъ, гдѣ нѣтъ нужныхъ условій для жизни болѣе совершеннаго существа.

Къ такимъ-то сильнымъ дѣятелямъ органической жизни на землѣ принадлежатъ насѣкомыя. Но такъ какъ все въ этой жизни связано родственными узами, такъ какъ все существуетъ только потому, что въ извѣстной степени существуетъ на счетъ другого организма, то и насѣкомыя часто бываютъ вредны выгодамъ человѣка.

Прошедшій годъ принадлежитъ безспорно къ такимъ, въ которые человѣкъ особенно много потерпѣлъ отъ появленія различныхъ насѣкомыхъ. Благодаря превосходному и чрезвычайно богатому содержанію журнала Министерства Внутреннихъ Дѣлъ, мы въ состояніи